

Raport științific privind implementarea proiectului
“Moduli spaces of submanifolds and motion groups”
Spații de moduli de subvarietăți și grupuri de deplasări
PN-III-P4-ID-PCE-2020-2798
în 2021

MARTIN PALMER-ANGHEL

Publicații și preprinturi

1. **M. Palmer**, U. Tillmann, *Configuration-mapping spaces and homology stability*
Research in the Mathematical Sciences vol. 8 (2021) Article number: 38
2. **M. Palmer**, U. Tillmann, *Point-pushing actions for manifolds with boundary*
Urmează să apară în **Groups, Geometry and Dynamics**
Versiunea anterioară disponibilă la [arXiv:2007.11613](https://arxiv.org/abs/2007.11613)
3. **G. Horel**, **M. Palmer**, *Motivic homological stability of configuration spaces*
Urmează să apară în **Bulletin of the London Mathematical Society**
Versiunea anterioară disponibilă la [arXiv:2007.13718](https://arxiv.org/abs/2007.13718)
4. **C. Anghel**, **M. Palmer**, *Lawrence-Bigelow representations, bases and duality*
[arXiv:2011.02388](https://arxiv.org/abs/2011.02388)
5. T. Abe, D. Ibadula, **A. Măcinic**, *On some freeness-type properties for line arrangements*
[arXiv:2101.02150](https://arxiv.org/abs/2101.02150)
6. C. Blanchet, **M. Palmer**, A. Shaikat, *Heisenberg homology on surface configurations*
[arXiv:2109.00515](https://arxiv.org/abs/2109.00515)
7. **M. Palmer**, A. Soulié, *The Burau representations of loop braid groups*
[arXiv:2109.11468](https://arxiv.org/abs/2109.11468)
8. **M. Palmer**, A. Soulié, *Topological representations of motion groups and mapping class groups – a unified functorial construction*
[arXiv:1910.13423](https://arxiv.org/abs/1910.13423) – v4: 17.11.2021

[Roșu = membrii echipei]

Seminarii organizate

În cadrul proiectului, am organizat un seminar online pe parcursul anului 2021, care va continua și în anii 2022–23, numit *Moduli and Friends*. (Pagina web: mdp.ac/pce2020/seminar.html.) Primele 8 expuneri, în Mai–Iunie 2021, au fost susținute de membrii echipei, pentru a înțelege mai detaliat diferitele aspecte ale domeniilor de cercetare ale celorlalți. Din Noiembrie 2021, seminarul a găzduit vorbitori externi din Germania (Florian Kranhold, Universitat Bonn), Belgia (Fathi Ben Aribi, Universite Catholique de Louvain), Danemarca (Andrea Bianchi, Kbenhavnns Universitet) și China (Xiaolei Wu, Fudan University, Shanghai). Seminarul va continua în acest fel în anul 2022, primii doi vorbitori fiind din Spania (Federico Cantero, Universidad Autónoma de Madrid) și SUA (Sam Nariman, Purdue University).

Expuneri la conferințe

- Cristina Palmer-Anghel, “Coloured Jones and Alexander polynomials through Lagrangian intersections in configuration spaces”, *Homological and quantum invariants*, CIRM, Marseille, Franța, 8–12 Februarie 2021
- Geoffroy Horel, “Homotopy theory of operads and the Grothendieck-Teichmüller group”, *Homotopic and Geometric Galois Theory*, Mathematisches Forschungsinstitut, Oberwolfach, Germania, 7–13 Martie 2021
- Cristina Palmer-Anghel, “Coloured Jones and Alexander polynomials unified through Lagrangian intersections in configuration spaces”, *BMC-BAMC: British Mathematical Colloquium*, Glasgow, Scoția, Marea Britanie, 6–9 Aprilie 2021
- Martin Palmer-Anghel, “Representations of the Torelli group via the Heisenberg group”, *Workshop for Young Researchers in Mathematics*, 20–21 Mai 2021
- Geoffroy Horel, “Weight structures and formality” (mini-curs constând în 3 expuneri), *Higher Structures and operadic calculus*, CRM, Barcelona, Spania, 21–25 Iunie 2021
- Cristina Palmer-Anghel, “Coloured Jones and Alexander polynomials unified through Lagrangian intersections in configuration spaces”, *Remote Rendezvous for Quantum Topologists*, 9–13 August 2021
- Cristina Palmer-Anghel, “Coloured Jones and Alexander polynomials unified through Lagrangian intersections in configuration spaces”, *Perspectives on quantum link homology theories*, Regensburg, Germania, 9–13 August 2021
- Martin Palmer-Anghel, “Mapping class group representations via Heisenberg homology”, *Réunion annuelle du GDR de topologie algébrique*, Strasbourg, Franța, 26–29 October 2021
- Cristina Palmer-Anghel, “Coloured Jones and coloured Alexander polynomials unified by a graded Lagrangian intersection”, *Quantum Field Theories and Quantum Topology Beyond Semisimplicity*, Banff International Research Station, Alberta, Canada, 1–5 Noiembrie 2021
- Cristina Palmer-Anghel, “ $U_q(sl(2))$ -invariants quantiques via l’intersection de deux lagrangiennes dans une puissance symétrique d’une surface”, *Nantes-Orsay seminar on symplectic and contact geometry*, Paris-Saclay, Franța, 18–19 Noiembrie 2021
- Cristina Palmer-Anghel, “Coloured Jones and Alexander polynomials unified through Lagrangian intersections in configuration spaces”, *Fall Southeastern Sectional Meeting*, University of South Alabama, Mobile, AL, SUA, 20–21 Noiembrie 2021

Expuneri invitate la seminarii

- Cristina Palmer-Anghel, “Coloured Jones and Alexander polynomials unified through Lagrangian intersections in configuration spaces”, *Topology Seminar*, Stanford, CA, SUA, 16 Februarie 2021
- Cristina Palmer-Anghel, “Coloured Jones and Alexander polynomials unified through Lagrangian intersections in configuration spaces”, *Séminaire d’algèbre et de géométrie*, Caen, Franța, 11 Mai 2021
- Cristina Palmer-Anghel, “The Witten-Reshetikhin-Turaev invariants for 3-manifolds as state sums of Lagrangian intersections”, *Knot theory seminar*, Varșovia, Polonia, 28 Mai 2021
- Cristina Palmer-Anghel, “Coloured Jones and Alexander polynomials unified through Lagrangian intersections in configuration spaces”, *Séminaire AGATA*, Montpellier, Franța, 3 Iunie 2021
- Cristina Palmer-Anghel, “ $U_q(sl(2))$ -quantum invariants for links and 3-manifolds from Lagrangian intersections in configuration spaces”, *Knots and Representation Theory Seminar*, Moscova, Rusia, 19 Iulie 2021
- Cristina Palmer-Anghel, “Renormalized Witten-Reshetikhin-Turaev invariants and M -traces associated to the super quantum group $U_q(sl(m|n))$ at roots of unity”, *CUNY Representation Theory Seminar*, New York, NY, SUA, 1 Octombrie 2021
- Martin Palmer-Anghel, “On homological representations of mapping class groups”, *Algebra/Topology seminar*, Copenhaga, Danemarca, 8 Octombrie 2021
- Cristina Palmer-Anghel, “Coloured Jones and Alexander polynomials unified through La-

- grangian intersections in configuration spaces”, *Caltech geometry and topology seminar*, Pasadena, CA, SUA, 22 Octombrie 2021
- Cristina Palmer-Anghel, “ $U_q(sl(2))$ -quantum invariants for links and 3-manifolds from Lagrangian intersections in configuration spaces”, *Quantum topology seminar*, Indiana University Bloomington, IN, SUA, 25 Octombrie 2021
 - Geoffroy Horel, “Tour de Goodwillie-Weiss algébrique et invariants de nœuds type fini”, *Séminaire de topologie algébrique*, UCLouvain, Belgia, 16 Noiembrie 2021
 - Cristina Palmer-Anghel, “Coloured Jones and coloured Alexander invariants from two Lagrangians intersected in a symmetric power of a surface”, [K-OS] *Knot Online Seminar*, CNRS/Paris/Regensburg, 2 Decembrie 2021
 - Cristina Palmer-Anghel, “ $U_q(sl_2)$ -quantum invariants via the intersection of two Lagrangians in a symmetric power of a surface”, *Séminaire de topologie algébrique*, UCLouvain, Belgia, 7 Decembrie 2021

Vizite științifice

- Martin Palmer-Anghel, Merton College, Oxford, Marea Britanie, 14.06.2021–09.07.2021
- Martin Palmer-Anghel, Københavns Universitet, Copenhaga, Danemarca, 05.10.2021–08.10.2021
- Martin Palmer-Anghel, Université de Genève, Elveția, 28.11.2021–23.12.2021

Postere la conferințe

- Martin Palmer-Anghel, “On homological stability for configuration-section spaces”, *BMC-BAMC: British Mathematical Colloquium*, Glasgow, Scoția, Marea Britanie, 6–9 Aprilie 2021 — mdp.ac/files/2104-BMC-poster.pdf
- Martin Palmer-Anghel, “On homological stability for configuration-section spaces”, *Manifolds and K-theory: the legacy of Andrew Ranicki*, Edinburgh, Scoția, Marea Britanie, 21–25 Iunie 2021 — mdp.ac/files/2106-Edinburgh-poster.pdf

Participări la conferințe (în afară celor enumerate mai sus)

- Anca Măcinic, *Logarithmic Vector Fields and Freeness of Divisors and Arrangements: New perspectives and applications*, Mathematisches Forschungsinstitut, Oberwolfach, Germania, 24–30 Ianuarie 2021
- Martin Palmer-Anghel, *Homological and quantum invariants*, CIRM, Marseille, Franța, 8–12 Februarie 2021
- Cristina Palmer-Anghel, *Workshop for Young Researchers in Mathematics*, 20–21 Mai 2021 (co-organizator)
- Martin Palmer-Anghel, *Perspectives on quantum link homology theories*, Regensburg, Germania, 9–13 August 2021
- Martin Palmer-Anghel, *Workshop “Cohomology of Arithmetic Groups: Duality, Stability, and Computations”*, Banff International Research Station, Alberta, Canada, 10–15 Octombrie 2021
- Geoffroy Horel, *Réunion annuelle du GDR de topologie algébrique*, Strasbourg, Franța, 26–29 Octombrie 2021
- Martin Palmer-Anghel, *Workshop “Homology and homotopy of configuration spaces”*, Copenhaga, Danemarca, 15–19 Noiembrie 2021

Descrierea rezultatelor obținute

[Roșu = membrii echipei]

1. *Configuration-mapping spaces and homology stability*

(Martin Palmer, Ulrike Tillmann), Res. Math. Sci. 8 (2021)

Configuration-mapping spaces sunt spații care parametrizează configurații de particule într-o varietate împreună cu un “câmp” definit pe complementul particulelor. Anumite exemple importante pentru aceste spații sunt clasicele *spații Hurwitz*, care pot fi privite ca spații de moduli de acoperiri ale discurii 2-dimensional. Mai mult, o teoremă recentă a lui J. Ellenberg, A. Venkatesh și C. Westerland (Annals of Math., 2016) arată că – presupunând anumite condiții – omologia spațiilor Hurwitz este *stabilă*. Din acest enunț pur topologic, ei au dedus o variantă asimptotică a *conjecturii Cohen-Lenstra* pentru corpuri de funcții, un enunț despre statistica extensiilor de corpuri ale lui $\mathbb{F}_q(t)$ (rezultatul lor este asimptotic în sensul că ei descriu această statistică pentru $q \rightarrow \infty$).

Noi am demonstrat un alt rezultat de stabilitate omologică pentru *configuration-mapping spaces*, care este în același timp mai mult și mai puțin general decât rezultatul lui Ellenberg, Venkatesh și Westerland. Este *mai* general în sensul că este adevărat pentru configurații în orice varietate conexă deschisă, iar “câmpul” pe complement poate lua valori în orice spațiu de parametri. Pe de altă parte este de asemenea mai *puțin* general deoarece noi impunem o condiție mai puternică pentru “sarcina” admisă a câmpului într-o vecinătate a particulelor. Enunțul precis al rezultatului principal este:

Teoremă Fie M o varietate conexă de dimensiune $d \geq 2$ cu punct bază $* \in \partial M$ și fie $\xi: E \rightarrow M$ un fibrat a cărui fibră pe $*$ este notat cu X . Presupunem că

$$\text{imagine inversă de } c \in [S^{d-1}, X] \leftarrow \pi_{d-1}(X) \text{ este un singur element,} \quad (1)$$

deci c corespunde unui punct fix al $\pi_1(X)$ -acțiunii pe $\pi_{d-1}(X)$. Atunci aplicațiile

$$\text{C}\Gamma_k^{c,*}(M; \xi) \longrightarrow \text{C}\Gamma_{k+1}^{c,*}(M; \xi) \quad (2)$$

induc izomorfisme la $H_i(-; \mathbb{Z})$ în intervalul $k \geq 2i + 4$ și surjecții în intervalul $k \geq 2i + 2$.

În continuare, un scop foarte ambițios pentru acest proiect ar fi de a găsi o generalizare comună a rezultatului nostru și a celui de Ellenberg, Venkatesh și Westerland, ceea ce ar implica în particular conjectura Cohen-Lenstra *neasimptotică*, deci fără a fi nevoiți să punem $q \rightarrow \infty$.

2. *Point-pushing actions for manifolds with boundary*

(Martin Palmer, Ulrike Tillmann), Groups Geom. Dyn., urmează să apară

Pentru o varietate M și un punct în interiorul său, *aplicația de point-pushing* descrie un difeomorfism care împinge punctul de-a lungul unui drum închis. Aceasta definește un homomorfism de la grupul fundamental al lui M la grupul de clase de izotopie de difeomorfisme ale lui M care fixează punctul de bază. Această aplicație este foarte bine studiată în dimensiunea $d = 2$ și face parte din șirul exact al lui *Birman*.

Am studiat, pentru orice dimensiune $d \geq 3$ și număr de fire $k \geq 1$, homomorfismul de la al k -lea grup braid al lui M la grupul de clase de homotopie de echivalențe de homotopie ale varietății cu k perforații $M \setminus z$. În mod echivalent, descriem monodromia fibratului universal care asociază unei configurații z de dimensiune k în M complementul său, spațiul $M \setminus z$. Ca și corolar, și motivat de munca noastră descrisă în secțiunea anterioară, descriem acțiunea grupului braid al lui M asupra fibrelor lui *configuration-mapping spaces*.

Pe lângă aceasta, discutăm și problema injectivității aplicației de point-pushing. Arătăm că, până la izomorfism, nucleul aplicației de point-pushing este independent de k indiferent dacă sunt luate în considerare difeomorfisme, homeomorfisme sau echivalențe de homotopie. Mai exact, considerăm

aplicațiile de point-pushing

$$\begin{aligned} p_k &: \pi_1(C_k(M)) \longrightarrow \pi_0(\text{Cat}(M, z)) \\ p_{k,\partial} &: \pi_1(C_k(M)) \longrightarrow \pi_0(\text{Cat}_\partial(M, z)) \end{aligned}$$

pentru $\text{Cat} \in \{\text{hAut}, \text{Homeo}, \text{Diff}\}$, și unde ∂ înseamnă că frontiera lui M este fixă, și demonstrăm:

Teoremă *În general,*

$$\ker(p_k) = \Delta(\ker(p_1)),$$

i.e. nucleul lui p_k este egală cu diagonala lui $\ker(p_1)^k \subseteq \pi_1(M)^k \subseteq \pi_1(C_k(M))$, unde identificăm $\pi_1(C_k(M))$ cu $\pi_1(M)^k \rtimes \Sigma_k$. Dacă $\partial M \neq \emptyset$, atunci $p_{k,\partial}$ este injectivă.

3. Motivic homological stability of configuration spaces

(Geoffroy Horel, Martin Palmer), Bull. London Math. Soc., urmează să apară

Pentru orice varietate algebrică X , putem considera spațiile de configurații pe X ca și varietăți algebrice (nu doar ca varietăți topologice), și deci putem studia coomologia lor *étală* și *motivică*. Am demonstrat stabilitatea coomologiei étale a spațiilor de configurații pe X pentru niște condiții foarte generale, și de asemenea stabilitatea coomologiei motivice a spațiilor de configurații pe X în cazul în care $X = \mathbb{A}^d$, un spațiu afin de dimensiune $d \geq 1$.

Teoremă *Presupunem că motivul étale $M_{et}(X)$ este mixed Tate și că varietatea complexă $X(\mathbb{C})$ este conexă. Atunci aplicațiile grupurilor de coomologie motivică étală*

$$H_{et}^{p,q}(\text{Conf}_{n+1}(X); \Lambda) \longrightarrow H_{et}^{p,q}(\text{Conf}_n(X); \Lambda)$$

sunt izomorfisme pentru $p \leq n/2$ asumând anumite condiții pe inelul de coeficienți Λ . Când X este spațiul afin \mathbb{A}^d , aplicațiile grupurilor de coomologie motivică

$$H^{p,q}(\widetilde{\text{Conf}}_{n+1}(\mathbb{A}^d); \Lambda) \longrightarrow H^{p,q}(\widetilde{\text{Conf}}_n(\mathbb{A}^d); \Lambda)$$

sunt izomorfisme pentru $p \leq n/2$ și orice inel de coeficienți Λ .

Rezultatul despre coomologia motivică este cel mai subtil dintre aceste două teoreme, și folosește în mod esențial *stabilitatea omologică polinomial twistată* pentru spații de configurații.

4. Lawrence-Bigelow representations, bases and duality

(Cristina Anghel, Martin Palmer), arXiv:2011.02388

Reprezentările omologice ale grupurilor braid și ale grupurilor mapping class ale suprafețelor joacă un rol central în studiul acestor grupuri. Ele au, de asemenea, multe aplicații, în special ca o punte între lumea topologică și lumea invariantilor cuantici de noduri și linkuri. În particular, *reprezentările Lawrence-Bigelow* sunt una dintre cele mai importante familii de reprezentări ale grupurilor braid în legătură cu invariantii cuantici.

Aceste reprezentări apar din omologia twistată a anumitor spații de configurare și vin în multe versiuni diferite, în funcție de teoria omologiei precisă utilizată precum și de alți parametri. Oferim o descriere generală unificată a conexiunilor fundamentale (forme biliniare nedegenerate, scufundări, izomorfisme) dintre diferitele versiuni ale acestor reprezentări omologice.

5. On some freeness-type properties for line arrangements

(Takuro Abe, Denis Ibadula, Anca Măcinic), arXiv:2101.02150

Teoria aranjamentelor de hiperplane stă la intersecția între topologie, geometrie algebrică, algebră și combinatorică, iar un exemplu tipic și amplu studiat de aranjament de hiperplane este o mulțime finită de drepte în plan. Latticea de intersecție a hiperplanelor, așa numita combinatorică a aranjamentului, conține în mod surprinzător informații despre topologia obiectului obținut prin eliminarea hiperplanelor aranjamentului din spațiul său ambient. O direcție de investigație

tipică este influența combinatoriciei unui aranjament asupra diverselor proprietăți de natură topologică, geometrică ori algebrică ale acestuia. Practic, studiem spațiul de moduli (i.e., spațiul de realizare) pentru o latice de intersecție dată pentru a observa, în cadrul acestuia, eventuala variație a proprietății cercetate.

O parametrizare aleasă pentru aranjament duce la definirea naturală unor obiecte de natură algebrică asociate acestuia. Vorbim de aranjamente libere dacă anumite module asociate acestora sunt libere. O coniectură deschisă majoră în domeniu, *Coniectura Terao*, prezice că în spațiul de moduli pentru o latice de intersecție a unui aranjament liber stau doar aranjamente libere.

Ca pas potențial în rezolvarea coniecturii pentru aranjamente de linii în planul proiectiv complex, am obținut o caracterizare (un criteriu de tip Yoshinaga) a aranjamentelor de linii plus-unu generate, în particular a aranjamentelor aflate în vecinătatea celor libere.

Am studiat multiaranjamentele care apar ca restricții Ziegler pentru aranjamente plus-unu generate de linii în planul proiectiv complex, modulele de derivări și exponenții asociați acestora. Am demonstrat că, pentru acestea, seturile de exponenți au o mulțime foarte restrictivă de valori posibile, depinzând de exponenții și nivelul aranjamentului inițial.

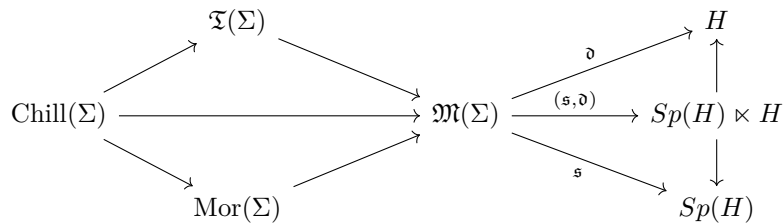
Am demonstrat proprietăți combinatoriale și algebrice care derivă din forme speciale ale polinomialui caracteristic pentru aranjamente de linii în planul proiectiv complex, respectiv rezultate care dau restricții combinatorice privind numărul de puncte multiple de pe o linie.

6. Heisenberg homology on surface configurations

(Christian Blanchet, [Martin Palmer](#), Awais Shaukat), arXiv:2109.00515

Așa cum s-a menționat în rezultatul 4 de mai sus, *reprezentările Lawrence-Bigelow* ale grupurilor braid sunt foarte importante în teoria grupurilor braid. În particular, acestea au fost folosite de Bigelow (JAMS, 2001) și Krammer (Ann. of Math., 2002) pentru a demonstra că grupurile braid sunt *liniare*, mai precis, ele admit reprezentări fidele pe spații vectoriale finite dimensionale. În schimb, pentru grupul mapping class al suprafeței $\Sigma_{g,1}$, de exemplu, problema liniarității este larg deschisă, cu excepția suprafețelor de gen foarte scăzut.

Inspirați de această întrebare, am construit o gamă largă de reprezentări analoage reprezentărilor Lawrence-Bigelow pentru grupul mapping class $\mathfrak{M}(\Sigma)$ al suprafeței $\Sigma = \Sigma_{g,1}$ – folosind în special *reprezentarea Schrödinger a grupului Heisenberg* – precum și pentru trei dintre subgrupurile sale importante, grupul Torelli $\mathfrak{T}(\Sigma)$, grupul Chillingworth $\text{Chill}(\Sigma)$ și grupul Morita $\text{Mor}(\Sigma)$, care se încadrează în diagrama următoare, unde $H = H_1(\Sigma; \mathbb{Z})$.



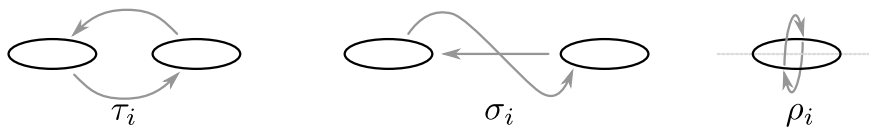
În continuare, avem ambiția de a aplica această construcție pentru a ataca problema deschisă de lungă durată dacă grupurile mapping class ale suprafețelor sunt liniare.

7. The Burau representations of loop braid groups

([Martin Palmer](#), Arthur Soulié), arXiv:2109.11468 + material suplimentar: mdp.ac/papers/loop-Burau/index.html

Grupurile loop-braid apar în multe forme în topologie și teoria grupurilor. Ele pot fi văzute geometric ca grupuri fundamentale de linkuri triviale în \mathbb{R}^3 , diagramatic ca și clase de echivalență ale *braiduri sudate* (strâns legate de braiduri virtuale și teoria nodurilor virtuale), algebric ca subgrupuri ale grupurilor de automorfisme ale grupurilor libere sau în mod combinatorial prin prezentări explicite. Ele sunt, de asemenea, legate de fizică prin *exotic string statistics* (J. Baez,

D. Wise, A. Crans, Adv. Theor. Math. Phys., 2007). Generatorii pentru aceste grupuri sunt de forma:



Oferim o construcție topologică simplă a reprezentărilor Burau ale grupurilor loop-braid, care sunt analoge de dimensiuni superioare ale reprezentărilor Burau clasice ale grupurilor braid. Există patru versiuni: definite fie pe grupurile loop-braid neextinse, fie extinse, iar în fiecare caz există o versiune neredusă și una redusă. Trei nu sunt surprinzătoare și s-ar putea ghici ușor matricile corecte atribuite generatorilor. În schimb, al patrulea este mai subtil și nu pare evident din punct de vedere combinatorial, deși este foarte natural din punct de vedere topologic.

8. Topological representations of motion groups and mapping class groups – a unified functorial construction

(Martin Palmer, Arthur Soulié), arXiv:1910.13423 (v4: 17.11.2021)

Teoria reprezentărilor grupurilor braid, grupurilor mapping class ale suprafețelor cât și generalizările acestora este foarte bogată, dar în același timp foarte complicată – este “sălbatică” într-un sens matematic foarte precis – deci nu poate fi înțeleasă dintr-un punct de vedere pur al teoriei grupurilor sau combinatoric. În loc de aceasta, o strategie mai bună este de a construi reprezentări ale acestor grupuri folosind topologie, astfel încât putem să folosim instrumente topologice pentru a înțelege aceste reprezentări.

Noi am definit o construcție functorială unificată a acestor tipuri de reprezentări topologice ale grupurilor braid și generalizări ale acestora (“grupuri de deplasări” ale spațiilor de configurații de dimensiuni superioare) – descoperind pe parcurs noi familii de reprezentări.

În special, în multe cazuri construcția noastră produce un “turn pro-nilpotent” al reprezentărilor. Aceasta este strâns legată de studiul *seria centrală descendentă* a grupurilor braid, grupurilor braid ale suprafețelor, grupurilor loop-braid și generalizărilor ale acestora, și a inspirat următorul proiect descris mai jos.

9. When the lower central series stops

(Jacques Darné, Martin Palmer, Arthur Soulié), proiect în curs de redactare

Unul dintre cele mai de bază obiecte pe care trebuie să le înțelegem atunci când studiem structura unui grup G este seria sa centrală descendentă $G = \Gamma_1(G) \supseteq \Gamma_2(G) \supseteq \dots$. Dacă G este perfect, seria sa centrală descendentă este complet trivială; pe de altă parte, dacă G este nilpotent sau rezidual nilpotent, $\Gamma_*(G)$ conține informații profunde despre structura lui G . Seria centrală descendentă este, de asemenea, profund conectată la structura inelului grupal al lui G .

Cantitatea de informații pe care putem spera să o extragem din studiul unei serii centrale descendente depinde în primul rând de dacă *se oprește* sau nu, ceea ce înseamnă că există un întreg $i \geq 1$ astfel încât $\Gamma_i(G) = \Gamma_{i+1}(G)$. Dacă există un astfel de număr întreg, atunci cel mai mic astfel de număr întreg este *lungimea* seriei centrale inferioare a lui G .

Dăm un răspuns complet la întrebarea lungimii (finite sau infinite) seriei centrale descendente a grupurilor braid ale suprafețelor, grupurilor loop-braid, precum și versiuni partiționate ale tuturor acestor grupuri. Răspunsul depinde într-un mod subtil de numărul de fire, modul în care sunt împărțite și topologia suprafeței. De exemplu, pentru $n \geq 3$, seria centrală descendentă a lui:

- $B_n(S)$ are lungime 2 dacă S este planară sau neorientabilă;
- $B_n(S)$ are lungime 3 dacă S este neplanară și orientabilă;
- $B_{(2,n)}(\mathbb{R}^2)$ are lungime ∞ ;
- $B_{(2,n)}(\mathbb{S}^2)$ are lungime $\nu_2(n) + 1$ sau $\nu_2(n) + 2$, unde $\nu_2(n)$ este valoarea 2-adică a lui n .

10. Nilpotent spaces and cosimplicial binomial rings

(Geoffroy Horel), proiect în curs de redactare

Construim o structură model pe categoria inelelor binomiale cosimpliciale. Un inel binom este un inel comutativ fără torsiune echipat cu o structură de λ -ring în care operațiile Frobenius sunt egale cu identitatea. Arătăm că functorul cochain singular poate fi ridicat la un functor la categoria inelelor binomiale cosimpliciale. Acest functor induce un functor bijectiv pe mulțime de morfisme din categoria de omotopie a spațiilor de tip finit nilpotente la categoria de omotopie a inelelor binomiale cosimpliciale. Acest rezultat poate fi privit ca o îmbunătățire a unei teoreme a lui Mandell, care spune că, dacă uităm de structura inelului binomial, functorul cochain singular este fidel, dar nu surjectiv.

11. The rational homotopy type of embedding spaces and the Grothendieck-Teichmüller group

(Pedro Boavida de Brito, Geoffroy Horel), proiect în curs de redactare

Folosim acțiunea grupului Grothendieck-Teichmüller pe operadul *little disks* pentru a studia tipul de omotopie rațională a spațiului de scufundări dintr-o varietate închisă M la \mathbb{R}^d . Arătăm că, dacă $\dim(M) < d-2$, atunci tipul de omotopie rațională al fibrei de omotopie a aplicației $\text{Emb}(M, \mathbb{R}^d) \rightarrow \text{Imm}(M, \mathbb{R}^d)$ peste orice punct de bază depinde numai de tipul de omotopie rațională al lui M . De asemenea, oferim un model explicit pentru acest spațiu. Acest lucru îmbunătățește lucrările anterioare ale lui Arone-Lambrechts-Volić în care condiția codimensională nu era la fel de bună.

12. The algebraic Goodwillie-Weiss tower and finite-type invariants of knots

(Pedro Boavida de Brito, Geoffroy Horel, Danica Kosanović), proiect în curs de redactare

Oferim o descriere conjecturală a *turnului algebric Goodwillie-Weiss*, care calculează omologia spațiului nodurilor lungi într-o 3-varietate cu frontieră. Această descriere este în termeni de *invarianti universali de tip finit* și generalizează cazul unui 3-disc, care a fost tratat în teza de doctorat a lui Volić. Demonstrăm conjectura noastră când 3-varietatea este de forma $\Sigma \times [0, 1]$ unde Σ este o suprafață închisă sau o suprafață cu o singură perforare.

13. Lawrence functors on the tangle category

(Cristina Anghel, Martin Palmer), proiect în curs de redactare

Categoria tangle are ca obiecte submulțimi finite în \mathbb{R}^2 și morfisme date de cobordisme 1-dimensionale scufundate în \mathbb{R}^3 . Grupurile sale de automorfisme sunt grupurile braid, așa că oricând avem o familie de reprezentări ale grupurilor braid, o întrebare naturală este dacă se extinde la un functor din categoria tangle. Răspunsul la această întrebare este pozitiv pentru familia de *reprezentări Burau* ale grupurilor braid, așa cum au demonstrat D. Cimasoni și V. Turaev (Topology, 2005). Reprezentările *Lawrence-Bigelow* sunt o familie de reprezentări ale grupurilor braid pentru fiecare nivel $\ell \geq 1$, unde $\ell = 1$ corespunde familiei de reprezentări Burau. Scopul nostru este de a construi un functor pe categoria tangle care extinde reprezentările Lawrence-Bigelow pentru fiecare nivel ℓ .

Director de proiect,
C.S. III Dr. Martin Palmer-Anghel