

Raport științific privind implementarea proiectului
“Moduli spaces of submanifolds and motion groups”
Spații de moduli de subvarietăți și grupuri de deplasări
PN-III-P4-ID-PCE-2020-2798
în 2022

MARTIN PALMER-ANGHEL

Rezumat executiv al activităților realizate în anul 2022

• **3 publicații:**

1. **M. Palmer**, A. Soulié, *The Burau representations of loop braid groups*
Comptes Rendus. Mathématique vol. 360 (2022) pp. 781-797
2. T. Abe, D. Ibadula, **A. Măcinic**, *On some freeness-type properties for line arrangements*
Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, Classe di Scienze
(Urmează să apară)
Versiunea anterioară disponibilă la [arXiv:2101.02150](https://arxiv.org/abs/2101.02150)
3. J. Darné, **M. Palmer**, A. Soulié, *When the lower central series stops: a comprehensive study for braid groups and their relatives*
Memoirs of the American Mathematical Society
(Urmează să apară)
Versiunea anterioară disponibilă la [arXiv:2201.03542](https://arxiv.org/abs/2201.03542)

• **4 preprinturi pe arXiv:**

4. **G. Horel**, M. Krannich, A. Kupers, *Two remarks on spaces of maps between operads of little cubes*
[arXiv:2211.00908](https://arxiv.org/abs/2211.00908)
5. **M. Palmer**, A. Soulié, *The pro-nilpotent Lawrence-Krammer-Bigelow representation*
[arXiv:2211.01855](https://arxiv.org/abs/2211.01855)
6. **G. Horel**, *Binomial rings and homotopy theory*
[arXiv:2211.02349](https://arxiv.org/abs/2211.02349)
7. **M. Palmer**, X. Wu, *On the homology of big mapping class groups*
[arXiv:2211.07470](https://arxiv.org/abs/2211.07470)

• **12 proiecte în curs de redactare, în afara celor enumerate mai sus**
(mai multe detalii și descrieri pe paginile următoare)

• **Seminarul proiectului “Moduli and Friends”:**

- Pagina web: mdp.ac/pce2020/seminar.html
- 4 expuneri de la membrii echipei în anul 2022
- 12 expuneri de la vorbitori externi în anul 2022

• **Activități ale membrilor echipei la conferințe, seminarii externe și vizite științifice:**

- 7 expuneri la conferințe internaționale
- 15 participări la conferințe internaționale în total
- 12 expuneri invitate la seminarii
- 7 vizite științifice, inclusiv 1 vizită a unui colaborator la IMAR

Sumarul progresului pentru proiectul PN-III-P4-ID-PCE-2020-2798 în anul 2022

Publicații și preprinturi

1. **M. Palmer**, A. Soulié, *The Burau representations of loop braid groups*
Comptes Rendus. Mathématique vol. 360 (2022) pp. 781-797
2. T. Abe, D. Ibadula, **A. Măcinic**, *On some freeness-type properties for line arrangements*
Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, Classe di Scienze
(Urmează să apară)
Versiunea anterioară disponibilă la [arXiv:2101.02150](https://arxiv.org/abs/2101.02150)
3. J. Darné, **M. Palmer**, A. Soulié, *When the lower central series stops: a comprehensive study for braid groups and their relatives*
Memoirs of the American Mathematical Society
(Urmează să apară)
Versiunea anterioară disponibilă la [arXiv:2201.03542](https://arxiv.org/abs/2201.03542)
4. **G. Horel**, M. Krannich, A. Kupers, *Two remarks on spaces of maps between operads of little cubes*
[arXiv:2211.00908](https://arxiv.org/abs/2211.00908)
5. **M. Palmer**, A. Soulié, *The pro-nilpotent Lawrence-Krammer-Bigelow representation*
[arXiv:2211.01855](https://arxiv.org/abs/2211.01855)
6. **G. Horel**, *Binomial rings and homotopy theory*
[arXiv:2211.02349](https://arxiv.org/abs/2211.02349)
7. **M. Palmer**, X. Wu, *On the homology of big mapping class groups*
[arXiv:2211.07470](https://arxiv.org/abs/2211.07470)

[Roșu = membrii echipei]

Seminarii organizate

În cadrul proiectului, am continuat în anul 2022 să organizez un seminar online, pe care l-am început în 2021, numit *Moduli and Friends*. (Pagina web: mdp.ac/pce2020/seminar.html.) Pe lângă 4 expuneri susținute de membrii echipei, majoritatea expunerilor au fost susținute de vorbitori externi:

- Federico Cantero (Universidad Autónoma de Madrid, Spania)
- Sam Nariman (Purdue University, SUA)
- Jeremy Miller (Purdue University, SUA)
- Jacques Darné (Université catholique de Louvain, Belgia)
- Jan Steinebrunner (University of Cambridge, Regatul Unit)
- Arthur Soulié (University of Glasgow, Regatul Unit) (două expuneri)
- Daniel López Neumann (Indiana University, Bloomington, SUA)
- Pedro Boavida de Brito (Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Portugalia)
- Ben Knudsen (Northeastern University, SUA)
- Takuro Abe (Kyushu University, Japonia)
- Luciana Basualdo Bonatto (MPIM, Bonn, Germania)

Expuneri la conferințe

- Martin Palmer-Anghel, “Homological stability for asymptotic monopole moduli spaces”, *Workshop for Young Researchers in Mathematics*, IMAR, București, 19–20 Mai 2022.
- Martin Palmer-Anghel, “The homology of configuration-section spaces”, *Twinned Conference on Homotopy Theory with Applications to Arithmetic and Geometry*, MPIM Bonn, Germania, 27–30 Iunie 2022.

- Cristina Palmer-Anghel, “Coloured Jones and coloured Alexander invariants from two Lagrangians intersected in a symmetric power of a surface”, *AMS-SMF-EMS Joint International Meeting, Special Session on Low-Dimensional Topology*, Grenoble, Franța, 18–22 Iulie 2022.
- Geoffroy Horel, “An integral Grothendieck-Teichmüller group”, *Algebra, Topology and the Grothendieck-Teichmüller group*, Les Diablerets, Elveția, 28 August – 2 Septembrie 2022.
- Martin Palmer-Anghel, “Mapping class group representations via Heisenberg, Schrödinger and Stone-von Neumann”, *Workshop on Cobordisms, Strings, and Thom Spectra*, Casa Matematică Oaxaca, Mexic (și online), 10–14 Octombrie 2022.
- Geoffroy Horel, “Binomial rings and homotopy theory”, *Homotopical Methods in Geometry*, Universitat de Barcelona, Spania, 9 Noiembrie 2022.
- Cristina Palmer-Anghel, “A globalisation of the Jones and Alexander polynomials from configurations on arcs and ovals in the punctured disc”, *Journées de topologie quantique*, IMJ-PRG, Paris, Franța, 21 Noiembrie 2022.

Participări la conferințe (în afara celor enumerate mai sus)

- Martin Palmer-Anghel, *Workshop on Polynomial Functors*, Topos Institute, 14–18 Martie 2022.
- Martin Palmer-Anghel, *Stability in Topology, Arithmetic and Representation Theory*, Purdue University, Indiana, SUA, 26–27 Martie 2022.
- Martin Palmer-Anghel, *Braids in Low-Dimensional Topology*, ICERM, Brown University, SUA, 25–29 Aprilie 2022.
- Cristina Palmer-Anghel, *Workshop for Young Researchers in Mathematics* (co-organizator), IMAR, București, 19–20 Mai 2022.
- Cristina Palmer-Anghel, *Quantum Topology and Geometry*, Université Paris Cité, Franța, 13–17 Iunie 2022.
- Geoffroy Horel, *Barcelona Conference on Higher Structures*, Universitat de Barcelona, Spania, 13–17 Iunie 2022.
- Geoffroy Horel, *Twinned Conference on Homotopy Theory with Applications to Arithmetic and Geometry*, MPIM Bonn, Germania, 27–30 Iunie 2022.
- Geoffroy Horel, *Follow-up Workshop to JTP “Topology”*, Hausdorff Research Institute for Mathematics, Bonn, Germania, 5–9 Septembrie 2022.

Expuneri invitate la seminarii

- Geoffroy Horel, “Finite type knot invariants and the Goodwillie-Weiss tower”, *Higher algebraic structures in algebra, topology and geometry*, Institut Mittag-Leffler, Suedia, 20 Ianuarie 2022.
- Cristina Palmer-Anghel, “Coloured Jones and coloured Alexander invariants from two Lagrangians intersected in a symmetric power of a surface”, *Geometry and Topology Seminar*, Michigan State University, SUA, 8 Februarie 2022.
- Martin Palmer-Anghel, “Mapping class group representations via Heisenberg, Schrödinger and Stone-von Neumann”, *Fudan topology seminar*, Fudan University, Shanghai, China, 10 Martie 2022.
- Martin Palmer-Anghel, “Mapping class group representations via Heisenberg, Schrödinger and Stone-von Neumann”, *Topology seminar*, New York University, Abu Dhabi, Emiratele Arabe Unite, 30 Martie 2022.
- Cristina Palmer-Anghel, “ $U_q(\mathfrak{sl}(2))$ -invariants quantiques via l’intersection de deux Lagrangiennes dans une puissance symétrique d’une surface”, *Séminaire de Topologie et Géométrie*, Université de Genève, Elveția, 7 Aprilie 2022.
- Geoffroy Horel, “Galois symmetries of knot spaces”, *Algebraic topology seminar*, University of Warwick, Marea Britanie, 26 Aprilie 2022.
- Cristina Palmer-Anghel, “Coloured Jones and coloured Alexander invariants from two Lagrangians intersected in a symmetric power of a surface”, *Topology seminar*, Universität Zürich, Elveția, 30 Mai 2022.

- Martin Palmer-Anghel, “Homological stability for asymptotic monopole moduli spaces”, *Topology seminar*, EPFL, Lausanne, Elveția, 31 Mai 2022.
- Martin Palmer-Anghel, “Homological representations of motion groups”, *Geometry and Topology seminar*, University of Glasgow, Marea Britanie, 6 Iunie 2022.
- Cristina Palmer-Anghel, “A globalisation of the Jones and Alexander polynomials from configurations on arcs and ovals in the punctured disc”, *Topology seminar*, Texas State University, SUA, 28 Octombrie 2022.
- Geoffroy Horel, “Binomial rings and homotopy theory”, *Topology seminar*, EPFL, Lausanne, Elveția, 28 Octombrie 2022.
- Geoffroy Horel, “Binomial rings and homotopy theory”, *Manifolds, homotopy theory, and related topics*, seminar online, 15 Noiembrie 2022.

Vizite științifice

- Martin Palmer-Anghel, Université de Genève, Elveția, 08.05.2022–18.05.2022
- Martin Palmer-Anghel, Université Paris Cité (conferința *Quantum Topology and Geometry*), Franța, 12.06.2022–17.06.2022
- Martin Palmer-Anghel, MPIM Bonn (conferința *Twinned Conference on Homotopy Theory with Applications to Arithmetic and Geometry*), Germania, 26.06.2022–30.06.2022
- Martin Palmer-Anghel, Université Grenoble Alpes (conferința *AMS-SMF-EMS Joint International Meeting*), Franța, 17.07.2022–25.07.2022
- Arthur Soulié (University of Glasgow), a vizitat IMAR pentru colaborări de cercetare, 25.07.2022–30.07.2022
- Martin Palmer-Anghel, University of Oxford (*Clay Research Conference* și workshop *Physics from the Point of View of Geometry*), Marea Britanie, 27.09.2022–01.10.2022
- Martin Palmer-Anghel, Université de Genève & École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Elveția, 08.11.2022–17.12.2022

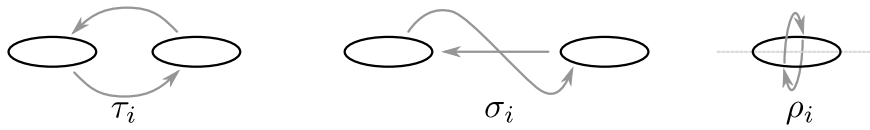
Descrierea științifică a rezultatelor din etapa 2022

[Roșu = membrii echipei]

1. *The Burau representations of loop braid groups*

(Martin Palmer, Arthur Soulié), *Comptes Rendus. Mathématique* vol. 360 (2022) pp. 781-797

Grupurile loop-braid apar în multe forme în topologie și teoria grupurilor. Ele pot fi văzute geometric ca grupuri fundamentale de linkuri triviale în \mathbb{R}^3 , diagramatic ca și clase de echivalență ale *braiduri sudate* (strâns legate de braiduri virtuale și teoria nodurilor virtuale), algebric ca subgrupuri ale grupurilor de automorfisme ale grupurilor libere sau în mod combinatorial prin prezentări explicite. Ele sunt, de asemenea, legate de fizică prin *exotic string statistics* (J. Baez, D. Wise, A. Crans, *Adv. Theor. Math. Phys.*, 2007). Generatorii pentru aceste grupuri sunt de forma:



Oferim o construcție topologică simplă a reprezentărilor Burau ale grupurilor loop-braid, care sunt analoge de dimensiuni superioare ale reprezentărilor Burau clasice ale grupurilor braid. Există patru versiuni: definite fie pe grupurile loop-braid neextinse, fie extinse, iar în fiecare caz există o versiune neredusă și una redusă. Trei nu sunt surprinzătoare și s-ar putea ghici ușor matricile corecte atribuite generatorilor. În schimb, al patrulea este mai subtil și nu pare evident din punct de vedere combinatorial, deși este foarte natural din punct de vedere topologic.

2. *On some freeness-type properties for line arrangements*

(Takuro Abe, Denis Ibadula, Anca Măcinic), *Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, Classe di Scienze*, urmează să apară

Teoria aranjamentelor de hiperplane stă la intersecția între topologie, geometrie algebrică, algebră și combinatorică, iar un exemplu tipic și amplu studiat de aranjament de hiperplane este o mulțime finită de drepte în plan. Latticea de intersecție a hiperplanelor, așa numita combinatorică a aranjamentului, conține în mod surprinzător informații despre topologia obiectului obținut prin eliminarea hiperplanelor aranjamentului din spațiul său ambient. O direcție de investigație tipică este influența combinatoricii unui aranjament asupra diverselor proprietăți de natură topologică, geometrică ori algebrică ale acestuia. Practic, studiem spațiul de moduli (i.e., spațiul de realizare) pentru o lattice de intersecție dată pentru a observa, în cadrul acestuia, eventuala variație a proprietății cercetate.

O parametrizare aleasă pentru aranjament duce la definirea naturală unor obiecte de natură algebrică asociate acestuia. Vorbim de aranjamente libere dacă anumite module asociate acestora sunt libere. O conjectură deschisă majoră în domeniu, *Conjectura Terao*, prezice că în spațiul de moduli pentru o lattice de intersecție a unui aranjament liber stau doar aranjamente libere.

Ca pas potențial în rezolvarea conjecturii pentru aranjamente de linii în planul proiectiv complex, am obținut o caracterizare (un criteriu de tip Yoshinaga) a aranjamentelor de linii plus-unu generate, în particular a aranjamentelor aflate în vecinătatea celor libere.

Am studiat multiaranjamentele care apar ca restricții Ziegler pentru aranjamente plus-unu generate de linii în planul proiectiv complex, modulele de derivări și exponenții asociați acestora. Am demonstrat că, pentru acestea, seturile de exponenți au o mulțime foarte restrictivă de valori posibile, depinzând de exponenții și nivelul aranjamentului inițial.

Am demonstrat proprietăți combinatoriale și algebrice care derivă din forme speciale ale polinomului caracteristic pentru aranjamente de linii în planul proiectiv complex, respectiv rezultate care dau restricții combinatorice privind numărul de puncte multiple de pe o linie.

3. *When the lower central series stops: a comprehensive study for braid groups and their relatives*

(Jacques Darné, [Martin Palmer](#), Arthur Soulié), [Memoirs of the American Mathematical Society](#), urmează să apară

Unul dintre cele mai de bază obiecte pe care trebuie să le înțelegem atunci când studiem structura unui grup G este seria sa centrală descendentă $G = \Gamma_1(G) \supseteq \Gamma_2(G) \supseteq \dots$. Dacă G este perfect, seria sa centrală descendentă este complet trivială; pe de altă parte, dacă G este nilpotent sau rezidual nilpotent, $\Gamma_*(G)$ conține informații profunde despre structura lui G . Seria centrală descendentă este, de asemenea, profund conectată cu structura inelului grupal al lui G .

Cantitatea de informații pe care putem spera să o extragem din studiul unei serii centrale descendente depinde în primul rând de întrebarea dacă *se oprește* sau nu, ceea ce înseamnă că există un întreg $i \geq 1$ astfel încât $\Gamma_i(G) = \Gamma_{i+1}(G)$. Dacă există un astfel de număr întreg, atunci cel mai mic astfel de număr întreg este *lungimea* seriei centrale descendente a lui G .

Dăm un răspuns complet la întrebarea lungimii (finite sau infinite) seriei centrale descendente a grupurilor braid ale suprafețelor, grupurilor loop-braid, precum și versiuni partiționate ale tuturor acestor grupuri. Răspunsul depinde într-un mod subtil de numărul de fire, modul în care sunt împărțite și topologia suprafeței. De exemplu, pentru $n \geq 3$, seria centrală descendentă a lui:

- $B_n(S)$ are lungime 2 dacă S este planară sau neorientabilă;
- $B_n(S)$ are lungime 3 dacă S este neplanară și orientabilă;
- $B_{(2,n)}(\mathbb{R}^2)$ are lungime ∞ ;
- $B_{(2,n)}(\mathbb{S}^2)$ are lungime $\nu_2(n) + 2 + \epsilon$, unde $\nu_2(n)$ este valoarea 2-adică a lui n și $\epsilon \in \{0, \pm 1\}$.

4. *Two remarks on spaces of maps between operads of little cubes*

([Geoffroy Horel](#), Manuel Krannich, Alexander Kupers), [arXiv:2211.00908](#)

Demonstrăm două proprietăți despre spațiile de aplicații derivate între operadele E_d “little d-cubes”. În primul rând, aceste mapping spaces sunt echivalente cu mapping spaces între versiunile neunitare ale E_d . În al doilea rând, toate endomorfismele lui E_d sunt automorfisme. De asemenea, discutăm variante pentru localizările lui E_d și pentru versiuni cu structuri tangențiale.

5. *The pro-nilpotent Lawrence-Krammer-Bigelow representation*

([Martin Palmer](#), Arthur Soulié), [arXiv:2211.01855](#)

Construim o extensie în 3 variabile a reprezentării Lawrence-Krammer-Bigelow (LKB) a grupurilor braid, care este limita unui șir pro-nilpotent de reprezentări având reprezentarea LKB originală ca prim termen. De asemenea, construim șiruri pro-nilpotente analoge de reprezentări ale grupurilor braid pe suprafețe și ale grupurilor loop-braid. Aceasta se bazează pe (și este o aplicație a) unei lucrări anterioare în comun cu Jacques Darné și Arthur Soulié despre seria centrală descendentă a grupurilor braid și rudele acestora (proiectul **3** de mai sus).

6. *Binomial rings and homotopy theory*

([Geoffroy Horel](#)), [arXiv:2211.02349](#)

Producem un functor plin și fidel de la spații nilpotente de tip finit către inele binomiale cosimplificiale, dând astfel un model algebric pentru de tipuri de omotopie integrală. Ca aplicație, construim o versiune integrală a grupului Grothendieck-Teichmüller.

7. *On the homology of big mapping class groups*

([Martin Palmer](#), Xiaolei Wu), [arXiv:2211.07470](#)

Demonstrăm că grupul mapping class al suprafeței “Cantor tree” cu o singură gaură este aciclic. Aceasta determină apoi omologia grupului mapping class al suprafeței “Cantor tree” odată perforate (adică planul minus o mulțime a lui Cantor), în special răspunzând la o întrebare recentă a lui Calegari și Chen. De fapt, demonstrăm aceste rezultate pentru o clasă generală de suprafețe de tip infinit numite *suprafețe “binary tree”*. Pentru a demonstra rezultatele noastre folosim două

ingrediente principale: unul este o modificare a unui argument al lui Mather legat de noțiunea de grupuri disipate; celălalt este un rezultat de stabilitate omologică generală pentru grupurile mapping class de suprafețe de tip infinit.

8. $U_q(\mathfrak{sl}(2))$ -quantum invariants from an intersection of two Lagrangians in a symmetric power of a surface

(Cristina Anghel), proiect în curs de redactare

Teoria invariantilor cuantici a început cu descoperirea polinomului Jones. După aceasta, Reshetikhin și Turaev au introdus o construcție algebrică și combinatorială care produce invarianti pentru noduri și linkuri. În acest context, grupul cuantic $U_q(\mathfrak{sl}(2))$ duce la șirul de polinoame Jones colorate, iar același grup cuantic la rădăcinile unității dă polinoamele Alexander colorate.

În acest articol prezentăm un *model topologic globalizat*, care unifică cele două șiruri de invarianti. Mai precis, arătăm că atât polinoamele Jones colorate, cât și polinoamele Alexander colorate de culoare N se pot citi dintr-o *intersecție graduată* între două *subvarietăți Lagrangiene explicite într-o putere simetrică* a discului punctat.

Ca un caz particular, obținem ambele polinoame Jones și Alexander din aceeași intersecție graduată între două subvarietăți Lagrangiene într-un spațiu de configurații al unei suprafețe.

9. Lawrence functors on the tangle category

(Cristina Anghel, Martin Palmer), proiect în curs de redactare

Categoria tangle are ca obiecte submulțimi finite în \mathbb{R}^2 și morfisme date de cobordisme 1-dimensionale scufundate în \mathbb{R}^3 . Grupurile sale de automorfisme sunt grupurile braid, așa că oricând avem o familie de reprezentări ale grupurilor braid, o întrebare naturală este dacă se extinde la un functor din categoria tangle. Răspunsul la această întrebare este pozitiv pentru familia de *reprezentări Burau* ale grupurilor braid, așa cum au demonstrat D. Cimasoni și V. Turaev (Topology, 2005). Reprezentările *Lawrence-Bigelow* sunt o familie de reprezentări ale grupurilor braid pentru fiecare nivel $\ell \geq 1$, unde $\ell = 1$ corespunde familiei de reprezentări Burau. Scopul nostru este de a construi un functor pe categoria tangle care extinde reprezentările Lawrence-Bigelow pentru fiecare nivel ℓ .

10. Integral weight structures on homotopy groups

(Geoffroy Horel, Joana Cirici), proiect în curs de redactare

Morgan a arătat că grupurile de omotopie rațională ale varietăților algebrice netede poartă o structură Hodge mixtă. Acest lucru poate fi folosit pentru a pune unele restricții asupra grupurilor fundamentale ale acestor varietăți. Arătăm că structura Hodge mixtă a lui Morgan poate fi ridicată la nivelul grupurilor de omotopie integrală. Producem această structură utilizând lucrarea recentă a lui G. Horel despre inelele binomiale cosimpliciale ca modele pentru tipuri de omotopie integrală (proiectul 6 de mai sus).

11. The rational homotopy type of embedding spaces and the Grothendieck-Teichmüller group

(Pedro Boavida de Brito, Geoffroy Horel), proiect în curs de redactare

Folosim acțiunea grupului Grothendieck-Teichmüller pe operadul *little disks* pentru a studia tipul de omotopie rațională a spațiului de scufundări dintr-o varietate închisă M în \mathbb{R}^d . Arătăm că, dacă $\dim(M) < d-2$, atunci tipul de omotopie rațională al fibrei de omotopie a aplicației $\text{Emb}(M, \mathbb{R}^d) \rightarrow \text{Imm}(M, \mathbb{R}^d)$ peste orice punct de bază depinde numai de tipul de omotopie rațională al lui M . De asemenea, oferim un model explicit pentru acest spațiu. Acest lucru îmbunătățește lucrările anterioare ale lui Arone-Lambrechts-Volić în care condiția codimensională nu era la fel de bună.

12. The algebraic Goodwillie-Weiss tower and finite-type invariants of knots

(Pedro Boavida de Brito, Geoffroy Horel, Danica Kosanović), proiect în curs de redactare

Oferim o descriere conjecturală a *turnului algebric Goodwillie-Weiss*, care calculează omologia spațiului nodurilor lungi într-o 3-varietate cu frontieră. Această descriere este în termeni de

invarianti universali de tip finit și generalizează cazul unui 3-disc, care a fost tratat în teza de doctorat a lui Volić. Demonstrăm conjectura noastră când 3-varietatea este de forma $\Sigma \times [0, 1]$ unde Σ este o suprafață închisă sau o suprafață cu o singură perforare.

13. *Torsion freeness for the decomposable Orlik-Solomon algebra*

(Anca Măcinic), proiect în curs de redactare

Algebrele de tip Orlik-Solomon (OS) asociate aranjamentelor de hiperplane, sau, mai general, matroidelor, sunt în general definite drept câțuri de algebre exterioare prin ideale definite de relațiile de dependență din aranjament (respectiv matroid).

Algebra OS (cu coeficienți întregi) a unui aranjament este, conform unui rezultat emblematic în teoria aranjamentelor de hiperplane, izomorfă cu algebra de coomologie cu coeficienți întregi a complementului aranjamentului, așadar, deși e definită ca obiect combinatorial, conține informații despre topologia complementului. Algebra OS a unui aranjament este liberă de torsiune.

Studiem prezența torsiunii într-o altă algebră de tip OS, și anume algebra Orlik-Solomon decompozabilă asociată unui aranjament de hiperplane, răspunzând unei întrebări deschise din [Măcinic-Matei-Papadima, *On the second nilpotent quotient of higher homotopy groups, for hypersolvable arrangements*, IMRN, 2015]. Obținem că algebra OS decompozabilă este liberă de torsiune. O consecință a lipsei torsiunii algebrei OS decompozabile într-un anumit grad este că, pentru aranjamente hipersolvabile, non-supersolvabile, obținem informații despre primul grup de omotopie superior netrivial al complementului aranjamentului.

14. *Geometric aspects of plus-one generated hyperplane arrangements*

(Anca Măcinic, Jean Valles), proiect în curs de redactare

O altă direcție de cercetare constă în studiul consecințelor geometrice ale proprietății (algebric definite) de plus-unu generate pentru aranjamente de linii în planul proiectiv complex. Deoarece aranjamentele libere au în vecinătatea definită de ‘deletion/addition’ aranjamente plus-unu generate, studiul acestora este important în contextul conjecturii Terao. Am obținut rezultate parțiale privind o caracterizare a aranjamentelor (de linii în planul proiectiv complex) plus-unu generate care stau în vecinătatea unui aranjament liber, în sensul descris anterior.

15. *Big mapping class groups with uncountable integral homology*

(Martin Palmer, Xiaolei Wu), proiect în curs de redactare

Demonstrăm că, pentru multe suprafețe de tip infinit, omologia integrală a grupului lor mapping class este nenumărabilă în fiecare grad. Ipoteza cheie este, aproximativ, că “*end-space*”-ul suprafeței conține un punct limită de puncte distinse topologic. Aceasta include toate suprafețele cu spațiul capetelor numărabil al cărui rang Cantor-Bendixson este un ordinal succesiv. Aceasta oferă un rezultat contrastant cu teorema noastră recentă (proiectul 7 de mai sus) care demonstrează că multe alte grupuri mapping class sunt aciclice.

16. *Homology stability for asymptotic monopole moduli spaces*

(Martin Palmer, Ulrike Tillmann), proiect în curs de redactare

Demonstrăm stabilitatea omologică pentru două variante diferite de spații de moduli ale monopolelor magnetice asimptotice, și anume *monopolurile Dirac încadrate* și *monopolurile ideale*. Primele sunt fibrante Gibbons-Manton cu fibră torică peste spații de configurații, iar cele din urmă sunt obținute din ele prin înlocuirea fiecărui factor de cerc al fibrei torice cu un spațiu de moduli ale monopolelor magnetice prin construcția lui Borel. Acestea din urmă sunt, de asemenea, hipersuprafețe în limita unei compactificări netede a spațiilor clasice de moduli ale monopolelor magnetice. Rezultatele noastre sunt demonstrate printr-un rezultat de stabilitate omologică generală pentru spațiile de configurații echipate cu date non-locale.

17. *Polynomiality of surface braid and mapping class group representations*

(Martin Palmer, Arthur Soulié), proiect în curs de redactare

Într-o lucrare anterioară, am dezvoltat o abordare generală pentru construirea reprezentărilor omologice ale grupurilor braid pe suprafețe și grupurilor mapping class. Aceste reprezentări sunt definite în mod natural pe o anumită categorie cu o structură mai bogată decât doar grupurile sale de automorfisme. Demonstrăm pentru o familie largă de aceste reprezentări omologice că ele sunt *polinomiale*, inclusiv cele care generalizează reprezentările Lawrence-Bigelow ale grupurilor braid clasice. Aceasta are aplicații la stabilitatea omologică twistată și la teoria reprezentării acestor familii de grupuri.

18. Irreducibility of surface braid and mapping class group representations

([Martin Palmer](#), Arthur Soulié), proiect în curs de redactare

Studiem o familie largă de reprezentări omologice ale grupurilor braid pe suprafețe și ale grupurilor mapping class, definite în mod natural, și demonstrăm că acestea sunt ireductibile. În special, demonstrăm acest lucru pentru reprezentările Lawrence-Bigelow ale grupurilor braid.

19. String topology and homological stability of configuration spaces

(Sadok Kallel, [Martin Palmer](#)), proiect în curs de redactare

Scopul acestui proiect este de a dezvolta noi tehnici teoretice în *string topology* și de a le aplica pentru a demonstra noi rezultate de stabilitate omologică, în special pentru spațiile de configurații în varietăți închise. Mai precis, extindem operațiile de string topology ale lui S. Kallel și P. Salvatore pentru a produce operații pe omologia spațiilor de secțiuni ale fibrelor ale căror fibre sunt varietăți. Ca o aplicație, obținem rezultate despre stabilitate (și periodicitate) în omologia spațiilor de configurații în varietăți închise.

Director de proiect,
C.S. III Dr. Martin Palmer-Anghel