

**Raport științific final al proiectului**  
*Moduli spaces of submanifolds and motion groups*  
*Spații de moduli de subvarietăți și grupuri de deplasări*  
**PN-III-P4-ID-PCE-2020-2798**

MARTIN PALMER-ANGHEL

## Rezumat executiv

- Pagina web a proiectului: [mdp.ac/pce2020](http://mdp.ac/pce2020)
- **8** articole publicate (§2.1 și §3.1) în următoarele reviste:
  - [Transactions of the American Mathematical Society](#)
  - [Quantum Topology](#)
  - [Research in the Mathematical Sciences](#)
  - [Bulletin of the London Mathematical Society](#)
  - [Proceedings of the Royal Society A](#)
  - [Groups, Geometry, and Dynamics](#)
  - [Comptes Rendus. Mathématique](#)
  - [London Mathematical Society Newsletter](#)
- **6** articole acceptate la publicat (§2.2 și §3.2) în următoarele reviste:
  - [Memoirs of the American Mathematical Society](#)
  - [Annales de l'Institut Fourier](#)
  - [Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, Classe di Scienze](#)
  - [Documenta Mathematica](#)
  - [New York Journal of Mathematics](#)
  - [Contemporary Mathematics](#)
- **14** preprint-uri (§2.3 și §3.3)
- **10** proiecte adiționale în curs de redactare (§3.4)
- Conferința *Moduli and Friends* (§2.4)
  - 11–15 Septembrie 2023 la IMAR
  - **15** vorbitori invitați (**22** în total) și **50** participanți
  - Pagina web a conferinței: [sites.google.com/view/moduliandfriends](https://sites.google.com/view/moduliandfriends)
- Seminarul *Moduli and Friends* (§2.5)
  - **25** expuneri prezentate de vorbitori externi
  - **13** expuneri prezentate de membrii echipei
  - Pagina web a seminarului: [mdp.ac/pce2020/seminar.html](http://mdp.ac/pce2020/seminar.html)
- Activități ale membrilor echipei la conferințe, seminarii externe și vizite științifice:
  - **31** expuneri la conferințe internaționale (§2.6)
  - **55** participări la conferințe internaționale în total (§2.6–§2.8)
  - **33** expuneri invitate la seminarii (§2.9)
  - **22** vizite științifice, inclusiv **4** vizite ale colaboratorilor la IMAR (§2.10)

## Cuprins

|  |    |
|--|----|
| Rezumat executiv   | 1  |
| 1. Obiective realizate și impactul rezultatelor obținute | 2  |
| 2. Indicatorii rezultatelor obținute                     | 3  |
| 3. Prezentarea rezultatelor obținute                     | 11 |

# 1. Obiective realizate și impactul rezultatelor obținute

## 1.1. Obiective

Obiectivele științifice ale propunerii de proiect au fost organizate în următoarele teme:

- (1) Spații de moduli stabile ale subvarietăților neconexe și spații înrudite.
- (2) Spații “configuration-section” și generalizări ale acestora inspirate din fizică și teoria numerelor.
- (3) Noi reprezentări topologice ale grupurilor de deplasări și ale grupurilor mapping class; TQFT-uri și invarianți cuantice de linkuri.
- (4) Coomologia motivică a varietăților de configurații.

Indicatorii concreți ai rezultatelor stabiliți în propunerea de proiect au fost:

- (a) Publicarea a **6** articole (două articole pe an).
- (b) Organizarea unei serii de seminarii pe parcursul celor trei ani de proiect.
- (c) Organizarea unei conferințe internaționale în ultimul an al proiectului.
- (d) Diseminarea rezultatelor noastre în seminarii și conferințe internaționale.

Rezultatele concrete obținute sunt:

- (a) Avem **14 articole publicate sau acceptate la publicat** (și 14 preprinturi suplimentare). În special, articolele descrise în §3.1.1, §3.1.3 și §3.1.8 se încadrează în obiectivele (1) și (2); articolul descris în §3.1.4 se încadrează în obiectivul (4) și articolele descrise în §3.1.2, §3.1.5–§3.1.7, §3.2.1, §3.2.3, §3.2.4 și §3.2.6 se încadrează în obiectivul (3).
- (b) Seminarul *Moduli and Friends* a fost activ din Mai 2021 până în Decembrie 2023, cu un total de 38 de expuneri (§2.5).
- (c) **Conferința *Moduli and Friends*** a fost organizată în săptămâna 11–15 Septembrie 2023, cu **22** de vorbitori și **50** de participanți din **18 țări** diferite (§2.4).
- (d) Am susținut **33** de expuneri invitate la seminarii și **31** de expuneri la conferințe internaționale pentru a disemina rezultatele noastre (§2.6 și §2.9).

## 1.2. Impact

Impacturile rezultatelor noastre constau în avansarea domeniilor de cercetare implicate, precum și în construirea de noi obiecte matematice (reprezentări de grupuri, modele topologice ale invarianților nodurilor, modele algebrice ale teoriei omotopiei, contraexemple de aranjamente de conice și drepte, etc.), care la rândul lor deschid noi posibilități și întrebări pentru cercetări viitoare. În plus, un impact practic este consolidarea colaborărilor între membrii echipei și ale membrilor echipei cu colaboratori externi (susținut în special de conferința și de seria de seminarii organizate în cadrul proiectului).

Două dintre cele mai semnificative rezultate ale proiectului sunt:

- Un răspuns complet — pentru familia tuturor grupurilor braid pe suprafețe, grupurilor loop-braid, grupurilor braid virtuale și versiuni partiționate și mixte ale acestora — la întrebarea fundamentală dar subtilă a teoriei grupurilor dacă seria lor centrală descendentă se oprește. [Mem. Amer. Math. Soc. (urmează să apară); vezi §3.2.3.] Pe lângă faptul că este o întrebare importantă din punctul de vedere al teoriei grupurilor, comportamentul acestor serii centrale descendente controlează, de asemenea, posibilele reprezentări omologice (nilpotente superioare) care poate fi construite pentru aceste grupuri: vezi §3.3.3 și §3.3.5.
- Construcția de modele topologice explicite pentru invarianți cuantici de linkuri precum și de 3-varietăți. [Trans. Amer. Math. Soc. (2023) și Quantum Topology (2023); vezi §3.1.5–§3.1.7.] Se așteaptă ca aceste modele să deschidă căi importante de cercetare către construcția de categorificări geometrice ale acestor invarianți, precum și studiul comportamentului lor asimptotic, ambele fiind obiective cheie în acest domeniu de cercetare.

## 2. Indicatorii rezultatelor obținute

[Roșu = membrii echipei]

### 2.1. Articole publicate

1. **M. Palmer**, U. Tillmann, *Configuration-mapping spaces and homology stability*  
**Research in the Mathematical Sciences** vol. 8 (2021) Article number: 38
2. **M. Palmer**, A. Soulié, *The Burau representations of loop braid groups*  
**Comptes Rendus. Mathématique** vol. 360 (2022) pp. 781–797
3. **M. Palmer**, U. Tillmann, *Point-pushing actions for manifolds with boundary*  
**Groups, Geometry, and Dynamics** vol. 16 (2022) pp. 1179–1224
4. **G. Horel**, **M. Palmer**, *Motivic homological stability of configuration spaces*  
**Bulletin of the London Mathematical Society** vol. 55 (2023) pp. 892–913
5. **C. Anghel**, *Quantum knot invariants via the topology of configuration spaces*  
**London Mathematical Society Newsletter** vol. 504 (2023) pp. 15–19
6. **C. Anghel**,  *$U_q(\mathfrak{sl}(2))$ -quantum invariants from an intersection of two Lagrangians in a symmetric power of a surface*  
**Transactions of the American Mathematical Society** vol. 376 (2023) pp. 7139–7185
7. **C. Anghel**, *Witten-Reshetikhin-Turaev invariants for 3-manifolds from Lagrangian intersections in configuration spaces*  
**Quantum Topology** vol. 14 (2023) pp. 693–731
8. **M. Palmer**, U. Tillmann, *Homology stability for asymptotic monopole moduli spaces*  
**Proceedings of the Royal Society A** vol. 479 (2023) Article number: 20230300

### 2.2. Articole acceptate la publicat

9. **C. Anghel**, *ADO invariants directly from partial traces of homological representations*  
**New York Journal of Mathematics**  
Urmează să apară — versiunea anterioară disponibilă la [arXiv:2007.15616](https://arxiv.org/abs/2007.15616)
10. T. Abe, D. Ibadula, **A. Măcinic**, *On some freeness-type properties for line arrangements*  
**Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, Classe di Scienze**  
Urmează să apară — versiunea anterioară disponibilă la [arXiv:2101.02150](https://arxiv.org/abs/2101.02150)
11. J. Darné, **M. Palmer**, A. Soulié, *When the lower central series stops: a comprehensive study for braid groups and their relatives*  
**Memoirs of the American Mathematical Society**  
Urmează să apară — versiunea anterioară disponibilă la [arXiv:2201.03542](https://arxiv.org/abs/2201.03542)
12. **C. Anghel**, *A globalisation of Jones and Alexander polynomials constructed from a graded intersection of two Lagrangians in a configuration space*  
**Annales de l'Institut Fourier**  
Urmează să apară — versiunea anterioară disponibilă la [arXiv:2205.07842](https://arxiv.org/abs/2205.07842)
13. **M. Palmer**, X. Wu, *Big mapping class groups with uncountable integral homology*  
**Documenta Mathematica**  
Urmează să apară — versiunea anterioară disponibilă la [arXiv:2212.11942](https://arxiv.org/abs/2212.11942)
14. C. Blanchet, **M. Palmer**, A. Shaukat, *Action of subgroups of the mapping class group on Heisenberg homologies*  
**Contemporary Mathematics**  
Urmează să apară — versiunea anterioară disponibilă la [arXiv:2306.08614](https://arxiv.org/abs/2306.08614)

### 2.3. Preprinturi

15. **C. Anghel**, **M. Palmer**, *Lawrence-Bigelow representations, bases and duality*  
[arXiv:2011.02388](https://arxiv.org/abs/2011.02388)
16. C. Blanchet, **M. Palmer**, A. Shaukat, *Heisenberg homology on surface configurations*  
[arXiv:2109.00515](https://arxiv.org/abs/2109.00515)

17. **M. Palmer**, A. Soulié, *Topological representations of motion groups and mapping class groups – a unified functorial construction*  
[arXiv:1910.13423](https://arxiv.org/abs/1910.13423) – v4: 17.11.2021
18. **G. Horel**, M. Krannich, A. Kupers, *Two remarks on spaces of maps between operads of little cubes*  
[arXiv:2211.00908](https://arxiv.org/abs/2211.00908)
19. **M. Palmer**, A. Soulié, *The pro-nilpotent Lawrence–Krammer–Bigelow representation*  
[arXiv:2211.01855](https://arxiv.org/abs/2211.01855)
20. **G. Horel**, *Binomial rings and homotopy theory*  
[arXiv:2211.02349](https://arxiv.org/abs/2211.02349)
21. **M. Palmer**, X. Wu, *On the homology of big mapping class groups*  
[arXiv:2211.07470](https://arxiv.org/abs/2211.07470)
22. **A. Măcinic**, *On torsion freeness for the decomposable Orlik-Solomon algebra*  
[arXiv:2212.12275](https://arxiv.org/abs/2212.12275)
23. J. Cirici, **G. Horel**, *Formality of hypercommutative algebras of Kähler and Calabi-Yau manifolds*  
[arXiv:2302.08492](https://arxiv.org/abs/2302.08492)
24. **M. Palmer**, A. Soulié, *Polynomiality of surface braid and mapping class group representations*  
[arXiv:2302.08827](https://arxiv.org/abs/2302.08827)
25. **A. Măcinic**, J. Vallès, *A geometric perspective on plus-one generated arrangements of lines*  
[arXiv:2309.10501](https://arxiv.org/abs/2309.10501)
26. **A. Măcinic**, P. Pokora, *On plus-one generated conic-line arrangements with simple singularities*  
[arXiv:2309.15228](https://arxiv.org/abs/2309.15228)
27. **A. Măcinic**, P. Pokora, *Addition-deletion results for plus-one generated curves*  
[arXiv:2310.19610](https://arxiv.org/abs/2310.19610)
28. **C. Anghel**, *Unifying all coloured Alexander invariants for links, with bounded level, via configurations on ovals in the disc*  
 Urmează să fie postat pe arXiv în decembrie 2023.

## 2.4. Conferință organizată

În cadrul proiectului, am organizat, între 11–15 Septembrie 2023, o conferință internațională (în format fizic) la IMAR, București. (Pagina web: [sites.google.com/view/moduliandfriends](https://sites.google.com/view/moduliandfriends).) Conferința a avut **50** de participanți din **18** țări diferite (**27** dintre participanți au fost sprijiniți financiar prin grant). Au fost **15** expuneri invitate, incluzând în special o pereche de expuneri ale lui Dan Petersen și Craig Westerland cu anunțul unei demonstrații a unei coniecturi din 2005 a lui Conrey-Farmer-Keating-Rubinstein-Snaith despre o formulă asimptotică pentru momente ale familiilor de L-funcții pătratice. În plus, au fost și **7** expuneri de la participanți. Vorbitorii invitați au fost:

1. Christian Blanchet (Université Paris Cité, Franța)
2. Federico Cantero Morán (Universidad Autónoma de Madrid, Spania)
3. Joana Cirici (Universitat de Barcelona, Spania)
4. Michael Cuntz (Leibniz Universität Hannover, Germania)
5. Lukas Kühne (Universität Bielefeld, Germania)
6. Christine Lescop (CNRS & Université Grenoble Alpes, Franța)
7. Gwénaél Massuyeau (Université de Bourgogne, Dijon, Franța)
8. Paul Mücke (Ruhr-Universität Bochum, Germania)
9. Dan Petersen (Stockholms Universitet, Suedia)
10. Arthur Soulié (Institute for Basic Science, Pohang, Coreea de Sud)
11. Jan Steinebrunner (Københavns Universitet, Danemarca)
12. Emmanuel Wagner (Université Paris Cité, Franța)
13. Craig Westerland (University of Minnesota, SUA)
14. Lukas Woike (Université de Bourgogne, Dijon, Franța)
15. Xiaolei Wu (Fudan University, Shanghai, China)

## 2.5. Seminarii organizate

În cadrul proiectului, am organizat un seminar online pe parcursul anilor 2021–2023, numit *Moduli and Friends*. (Pagina web: [mdp.ac/pce2020/seminar.html](http://mdp.ac/pce2020/seminar.html).) Pe lângă **13** expuneri susținute de membrii echipei (pentru a înțelege mai detaliat diferitele aspecte ale domeniilor de cercetare ale celorlalți), majoritatea expunerilor au fost susținute de vorbitori externi, și anume:

1. Florian Kranhold (Universität Bonn, Germania)
2. Fathi Ben Aribi (Université Catholique de Louvain, Belgia)
3. Andrea Bianchi (Københavns Universitet, Danemarca)
4. Xiaolei Wu (Fudan University, Shanghai, China)
5. Federico Cantero (Universidad Autónoma de Madrid, Spania)
6. Sam Nariman (Purdue University, SUA)
7. Jeremy Miller (Purdue University, SUA)
8. Jacques Darné (Université catholique de Louvain, Belgia)
9. Jan Steinebrunner (University of Cambridge, Regatul Unit)
10. Arthur Soulié (University of Glasgow, Regatul Unit)
11. Daniel López Neumann (Indiana University, Bloomington, SUA)
12. Pedro Boavida de Brito (Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, Portugalia)
13. Ben Knudsen (Northeastern University, SUA)
14. Arthur Soulié (University of Glasgow, Regatul Unit)
15. Takuro Abe (Kyushu University, Japonia)
16. Luciana Basualdo Bonatto (MPIM, Bonn, Germania)
17. Craig Westerland (University of Minnesota, SUA)
18. Fiona Torzewska (University of Vienna, Austria)
19. Eric Rowell (Texas A&M University, SUA)
20. Christine Ruey Shan Lee (Texas State University, SUA)
21. Piotr Pokora (University of the National Education Commission, Kraków, Polonia)
22. Alexandru Suci (Northeastern University, SUA)
23. Rinat Kashaev (Université de Genève, Elveția)
24. Daniele Celoria (University of Melbourne, Australia)
25. Igor Uljarević (University of Belgrade, Serbia)

## 2.6. Expuneri la conferințe

1. Cristina Palmer-Anghel, “Coloured Jones and Alexander polynomials through Lagrangian intersections in configuration spaces”, *Homological and quantum invariants*, CIRM, Marseille, Franța, 8–12 Februarie 2021
2. Geoffroy Horel, “Homotopy theory of operads and the Grothendieck-Teichmüller group”, *Homotopic and Geometric Galois Theory*, Mathematisches Forschungsinstitut, Oberwolfach, Germania, 7–13 Martie 2021
3. Cristina Palmer-Anghel, “Coloured Jones and Alexander polynomials unified through Lagrangian intersections in configuration spaces”, *BMC-BAMC: British Mathematical Colloquium*, Glasgow, Scoția, Regatul Unit, 6–9 Aprilie 2021
4. Martin Palmer-Anghel, “Representations of the Torelli group via the Heisenberg group”, *Workshop for Young Researchers in Mathematics*, 20–21 Mai 2021
5. Geoffroy Horel, “Weight structures and formality” (mini-curs constând în 3 expuneri), *Higher Structures and operadic calculus*, CRM, Barcelona, Spania, 21–25 Iunie 2021
6. Cristina Palmer-Anghel, “Coloured Jones and Alexander polynomials unified through Lagrangian intersections in configuration spaces”, *Remote Rendezvous for Quantum Topologists*, 9–13 August 2021
7. Cristina Palmer-Anghel, “Coloured Jones and Alexander polynomials unified through Lagrangian intersections in configuration spaces”, *Perspectives on quantum link homology theories*, Regensburg, Germania, 9–13 August 2021
8. Martin Palmer-Anghel, “Mapping class group representations via Heisenberg homology”, *Réunion annuelle du GDR de topologie algébrique*, Strasbourg, Franța, 26–29 October 2021

9. Cristina Palmer-Anghel, “Coloured Jones and coloured Alexander polynomials unified by a graded Lagrangian intersection”, *Quantum Field Theories and Quantum Topology Beyond Semisimplicity*, Banff International Research Station, Alberta, Canada, 1–5 Noiembrie 2021
10. Cristina Palmer-Anghel, “ $U_q(sl(2))$ -invariants quantiques via l’intersection de deux lagrangiennes dans une puissance symétrique d’une surface”, *Nantes-Orsay seminar on symplectic and contact geometry*, Paris-Saclay, Franța, 18–19 Noiembrie 2021
11. Cristina Palmer-Anghel, “Coloured Jones and Alexander polynomials unified through Lagrangian intersections in configuration spaces”, *Fall Southeastern Sectional Meeting*, University of South Alabama, Mobile, AL, SUA, 20–21 Noiembrie 2021
12. Martin Palmer-Anghel, “Homological stability for asymptotic monopole moduli spaces”, *Workshop for Young Researchers in Mathematics*, IMAR, București, 19–20 Mai 2022.
13. Martin Palmer-Anghel, “The homology of configuration-section spaces”, *Twinned Conference on Homotopy Theory with Applications to Arithmetic and Geometry*, MPIM Bonn, Germania, 27–30 Iunie 2022.
14. Cristina Palmer-Anghel, “Coloured Jones and coloured Alexander invariants from two Lagrangians intersected in a symmetric power of a surface”, *AMS-SMF-EMS Joint International Meeting, Special Session on Low-Dimensional Topology*, Grenoble, Franța, 18–22 Iulie 2022.
15. Geoffroy Horel, “An integral Grothendieck-Teichmüller group”, *Algebra, Topology and the Grothendieck-Teichmüller group*, Les Diablerets, Elveția, 28 August – 2 Septembrie 2022.
16. Martin Palmer-Anghel, “Mapping class group representations via Heisenberg, Schrödinger and Stone-von Neumann”, *Workshop on Cobordisms, Strings, and Thom Spectra*, Casa Matematică Oaxaca, Mexic (și online), 10–14 Octombrie 2022.
17. Geoffroy Horel, “Binomial rings and homotopy theory”, *Homotopical Methods in Geometry*, Universitat de Barcelona, Spania, 9 Noiembrie 2022.
18. Cristina Palmer-Anghel, “A globalisation of the Jones and Alexander polynomials from configurations on arcs and ovals in the punctured disc”, *Journées de topologie quantique*, IMJ-PRG, Paris, Franța, 21 Noiembrie 2022.
19. Geoffroy Horel, “An algebro-geometric model for configuration categories”, *Workshop on Homology of Configuration Spaces*, Sorbonne Université, Paris, Franța, 15–17 Mai 2023.
20. Anca Măcinic, “Ziegler restrictions and combinatorics of line arrangements”, *Workshop for Young Researchers in Mathematics, ediția a 12-a*, Universitatea Alexandru Ioan Cuza, Iași, 18–19 Mai 2023.
21. Martin Palmer-Anghel, “The homology of big mapping class groups”, *Workshop for Young Researchers in Mathematics, ediția a 12-a*, Universitatea Alexandru Ioan Cuza, Iași, 18–19 Mai 2023.
22. Geoffroy Horel, “Binomial rings and homotopy theory”, *Generalised Lie algebras in derived geometry*, Utrecht University, Olanda, 29 Mai – 2 Iunie 2023.
23. Geoffroy Horel, “Binomial rings and homotopy theory”, *Mid-term workshop of the ANR HighAGT*, IRMA, Université de Strasbourg, Franța, 30 Mai – 2 Iunie 2023.
24. Martin Palmer-Anghel, “Homology of big mapping class groups”, *Master class: Homology of groups and functors*, Université de Lille, Franța, 5–9 Iunie 2023.
25. Martin Palmer-Anghel, “The homology of big mapping class groups”, *Homotopy: fruit of the fertile furrow*, Isaac Newton Institute, Cambridge, Regatul Unit, 12–16 Iunie 2023.
26. Geoffroy Horel, “Binomial rings and homotopy theory”, *Homotopy theory in Trondheim*, NTNU, Trondheim, Norvegia, 26–30 Iunie 2023.
27. Cristina Palmer-Anghel, “Globalising Jones and Alexander polynomials via Lagrangians in configuration spaces”, *The Tenth Congress of Romanian Mathematicians*, Universitatea din Pitești, 30 Iunie – 5 Iulie 2023.
28. Martin Palmer-Anghel, “Homological mapping class group representations and lower central series”, *The Tenth Congress of Romanian Mathematicians*, Universitatea din Pitești, 30 Iunie – 5 Iulie 2023.
29. Anca Măcinic, “A Yoshinaga-type criterion for POG arrangements”, *Geometry, Topology and Algebra of Singular Spaces*, IMAR, București, 7–11 Iulie 2023.
30. Cristina Palmer-Anghel, “Globalising Jones and Alexander Polynomials (and their quantum generalisations) via configurations in the punctured disc”, *Mapping class groups: pronilpotent and cohomological approaches*, SwissMAP Research Station, Les Diablerets, Elveția, 18–22



Septembrie 2023.

31. Geoffroy Horel, “Hypercommutative algebra structures on Kähler and Calabi-Yau manifolds”, *GDR Théorie de l’Homotopie et Applications*, Université de Lille, Franța, 24–27 Octombrie 2023.

## 2.7. Postere la conferințe

1. Martin Palmer-Anghel, “On homological stability for configuration-section spaces”, *BMC-BAMC: British Mathematical Colloquium*, Glasgow, Scoția, Regatul Unit, 6–9 Aprilie 2021 — [mdp.ac/files/2104-BMC-poster.pdf](http://mdp.ac/files/2104-BMC-poster.pdf)
2. Martin Palmer-Anghel, “On homological stability for configuration-section spaces”, *Manifolds and K-theory: the legacy of Andrew Ranicki*, Edinburgh, Scoția, Regatul Unit, 21–25 Iunie 2021 — [mdp.ac/files/2106-Edinburgh-poster.pdf](http://mdp.ac/files/2106-Edinburgh-poster.pdf)

## 2.8. Participări la conferințe (în afara celor enumerate mai sus)

1. Anca Măcinic, *Logarithmic Vector Fields and Freeness of Divisors and Arrangements: New perspectives and applications*, Mathematisches Forschungsinstitut, Oberwolfach, Germania, 24–30 Ianuarie 2021
2. Martin Palmer-Anghel, *Homological and quantum invariants*, CIRM, Marseille, Franța, 8–12 Februarie 2021
3. Cristina Palmer-Anghel, *Workshop for Young Researchers in Mathematics*, 20–21 Mai 2021 (co-organizator)
4. Martin Palmer-Anghel, *Perspectives on quantum link homology theories*, Regensburg, Germania, 9–13 August 2021
5. Martin Palmer-Anghel, *Workshop “Cohomology of Arithmetic Groups: Duality, Stability, and Computations”*, Banff International Research Station, Alberta, Canada, 10–15 Octombrie 2021
6. Geoffroy Horel, *Réunion annuelle du GDR de topologie algébrique*, Strasbourg, Franța, 26–29 Octombrie 2021
7. Martin Palmer-Anghel, *Workshop “Homology and homotopy of configuration spaces”*, Copenhagen, Danemarca, 15–19 Noiembrie 2021
8. Martin Palmer-Anghel, *Workshop on Polynomial Functors*, Topos Institute, 14–18 Martie 2022.
9. Martin Palmer-Anghel, *Stability in Topology, Arithmetic and Representation Theory*, Purdue University, Indiana, SUA, 26–27 Martie 2022.
10. Martin Palmer-Anghel, *Braids in Low-Dimensional Topology*, ICERM, Brown University, SUA, 25–29 Aprilie 2022.
11. Cristina Palmer-Anghel, *Workshop for Young Researchers in Mathematics* (co-organizator), IMAR, București, 19–20 Mai 2022.
12. Cristina Palmer-Anghel, *Quantum Topology and Geometry*, Université Paris Cité, Franța, 13–17 Iunie 2022.
13. Geoffroy Horel, *Barcelona Conference on Higher Structures*, Universitat de Barcelona, Spania, 13–17 Iunie 2022.
14. Geoffroy Horel, *Twinned Conference on Homotopy Theory with Applications to Arithmetic and Geometry*, MPIM Bonn, Germania, 27–30 Iunie 2022.
15. Geoffroy Horel, *Follow-up Workshop to JTP “Topology”*, Hausdorff Research Institute for Mathematics, Bonn, Germania, 5–9 Septembrie 2022.
16. Martin Palmer-Anghel, *Fourth meeting of ALMaRe*, Université de Caen, Franța, 9–11 Ianuarie 2023.
17. Cristina Palmer-Anghel, *Workshop for Young Researchers in Mathematics*, Universitatea Alexandru Ioan Cuza, Iași, 18–19 Mai 2023 (co-organizator).
18. Anca Măcinic, *The 28th National School on Algebra, Interactions between Algebra and Geometry in Bucharest*, Universitatea din București, 24–28 Iunie 2023.
19. Cristina Palmer-Anghel, *Geometry, Topology and Algebra of Singular Spaces*, IMAR, București, 7–11 Iulie 2023.

20. Martin Palmer-Anghel, *Geometry, Topology and Algebra of Singular Spaces*, IMAR, București, 7–11 Iulie 2023.
21. Martin Palmer-Anghel, *Mapping class groups: pronilpotent and cohomological approaches*, SwissMAP Research Station, Les Diablerets, Elveția, 18–22 Septembrie 2023.
22. Geoffroy Horel, *Categories and stacks in algebraic geometry and algebraic topology CATS 7*, Centre International de Rencontres Mathématiques (CIRM), Luminy, Marsilia, Franța, 16–20 Octombrie 2023.

## 2.9. Expuneri invitate la seminarii

1. Cristina Palmer-Anghel, “Coloured Jones and Alexander polynomials unified through Lagrangian intersections in configuration spaces”, *Topology Seminar*, Stanford, CA, SUA, 16 Februarie 2021
2. Cristina Palmer-Anghel, “Coloured Jones and Alexander polynomials unified through Lagrangian intersections in configuration spaces”, *Séminaire d’algèbre et de géométrie*, Caen, Franța, 11 Mai 2021
3. Cristina Palmer-Anghel, “The Witten-Reshetikhin-Turaev invariants for 3-manifolds as state sums of Lagrangian intersections”, *Knot theory seminar*, Varșovia, Polonia, 28 Mai 2021
4. Cristina Palmer-Anghel, “Coloured Jones and Alexander polynomials unified through Lagrangian intersections in configuration spaces”, *Séminaire AGATA*, Montpellier, Franța, 3 Iunie 2021
5. Cristina Palmer-Anghel, “ $U_q(sl(2))$ -quantum invariants for links and 3-manifolds from Lagrangian intersections in configuration spaces”, *Knots and Representation Theory Seminar*, Moscova, Rusia, 19 Iulie 2021
6. Cristina Palmer-Anghel, “Renormalized Witten-Reshetikhin-Turaev invariants and  $M$ -traces associated to the super quantum group  $U_q(sl(m|n))$  at roots of unity”, *CUNY Representation Theory Seminar*, New York, NY, SUA, 1 Octombrie 2021
7. Martin Palmer-Anghel, “On homological representations of mapping class groups”, *Algebra/Topology seminar*, Copenhaga, Danemarca, 8 Octombrie 2021
8. Cristina Palmer-Anghel, “Coloured Jones and Alexander polynomials unified through Lagrangian intersections in configuration spaces”, *Caltech geometry and topology seminar*, Pasadena, CA, SUA, 22 Octombrie 2021
9. Cristina Palmer-Anghel, “ $U_q(sl(2))$ -quantum invariants for links and 3-manifolds from Lagrangian intersections in configuration spaces”, *Quantum topology seminar*, Indiana University Bloomington, IN, SUA, 25 Octombrie 2021
10. Geoffroy Horel, “Tour de Goodwillie-Weiss algébrique et invariants de nœuds type fini”, *Séminaire de topologie algébrique*, UCLouvain, Belgia, 16 Noiembrie 2021
11. Cristina Palmer-Anghel, “Coloured Jones and coloured Alexander invariants from two Lagrangians intersected in a symmetric power of a surface”, [K-OS] *Knot Online Seminar*, CNRS/Paris/Regensburg, 2 Decembrie 2021
12. Cristina Palmer-Anghel, “ $U_q(sl_2)$ -quantum invariants via the intersection of two Lagrangians in a symmetric power of a surface”, *Séminaire de topologie algébrique*, UCLouvain, Belgia, 7 Decembrie 2021
13. Geoffroy Horel, “Finite type knot invariants and the Goodwillie-Weiss tower”, *Higher algebraic structures in algebra, topology and geometry*, Institut Mittag-Leffler, Suedia, 20 Ianuarie 2022.
14. Cristina Palmer-Anghel, “Coloured Jones and coloured Alexander invariants from two Lagrangians intersected in a symmetric power of a surface”, *Geometry and Topology Seminar*, Michigan State University, SUA, 8 Februarie 2022.
15. Martin Palmer-Anghel, “Mapping class group representations via Heisenberg, Schrödinger and Stone-von Neumann”, *Fudan topology seminar*, Fudan University, Shanghai, China, 10 Martie 2022.
16. Martin Palmer-Anghel, “Mapping class group representations via Heisenberg, Schrödinger and Stone-von Neumann”, *Topology seminar*, New York University, Abu Dhabi, Emiratele Arabe Unite, 30 Martie 2022.
17. Cristina Palmer-Anghel, “ $U_q(sl(2))$ -invariants quantiques via l’intersection de deux Lagrang-



- iennes dans une puissance symétrique d'une surface", *Séminaire de Topologie et Géométrie*, Université de Genève, Elveția, 7 Aprilie 2022.
18. Geoffroy Horel, "Galois symmetries of knot spaces", *Algebraic topology seminar*, University of Warwick, Regatul Unit, 26 Aprilie 2022.
  19. Cristina Palmer-Anghel, "Coloured Jones and coloured Alexander invariants from two Lagrangians intersected in a symmetric power of a surface", *Topology seminar*, Universität Zürich, Elveția, 30 Mai 2022.
  20. Martin Palmer-Anghel, "Homological stability for asymptotic monopole moduli spaces", *Topology seminar*, EPFL, Lausanne, Elveția, 31 Mai 2022.
  21. Martin Palmer-Anghel, "Homological representations of motion groups", *Geometry and Topology seminar*, University of Glasgow, Regatul Unit, 6 Iunie 2022.
  22. Cristina Palmer-Anghel, "A globalisation of the Jones and Alexander polynomials from configurations on arcs and ovals in the punctured disc", *Topology seminar*, Texas State University, SUA, 28 Octombrie 2022.
  23. Geoffroy Horel, "Binomial rings and homotopy theory", *Topology seminar*, EPFL, Lausanne, Elveția, 28 Octombrie 2022.
  24. Geoffroy Horel, "Binomial rings and homotopy theory", *Manifolds, homotopy theory, and related topics*, seminar online, 15 Noiembrie 2022.
  25. Geoffroy Horel, "Binomial rings and homotopy theory", *Kansas State University Topology Seminar*, Kansas, SUA, 10 Februarie 2023.
  26. Geoffroy Horel, "Binomial rings and homotopy theory", *Purdue Topology Seminar*, Purdue University, Indiana, SUA, 15 Februarie 2023.
  27. Martin Palmer-Anghel, "The homology of big mapping class groups", *Séminaire de Topologie et Géométrie*, Geneva, Elveția, 9 Martie 2023.
  28. Martin Palmer-Anghel, "The homology of big mapping class groups", *Group Theory Seminar*, ICMAT, Madrid, Spania, 14 Martie 2023.
  29. Geoffroy Horel, "Configuration categories of surfaces and applications to knot theory", *Séminaire d'Homotopie et Géométrie Algébrique*, Université de Toulouse, Franța, 2 Mai 2023.
  30. Cristina Palmer-Anghel, "Globalising Jones and Alexander polynomials via configurations on arcs and ovals in the disc", *Geometry and Topology Seminar*, Imperial College London, Regatul Unit, 26 Mai 2023.
  31. Geoffroy Horel, "Configuration categories of surfaces and applications to knot theory", *Oberseminar Topologie*, Universität Münster, Germania, 12 Iulie 2023.
  32. Cristina Palmer-Anghel, "Globalising the Jones and Alexander Polynomials (and their quantum generalisations) via configurations in the punctured disc", *Melbourne Topology Seminar*, University of Melbourne, Australia, 2 Octombrie 2023.
  33. Martin Palmer-Anghel, "The homology of big mapping class groups", *Séminaire de topologie*, Grenoble, Franța, 24 Noiembrie 2023.

## 2.10. Vizite științifice

1. Martin Palmer-Anghel, Merton College, Oxford, Regatul Unit, 14 Iunie – 9 Iulie 2021
2. Martin Palmer-Anghel, Københavns Universitet, Copenhaga, Danemarca, 5–8 Octombrie 2021
3. Martin Palmer-Anghel, Université de Strasbourg (conferința *Réunion annuelle du GDR de topologie algébrique*), Franța, 25–29 Octombrie 2021
4. Cristina Palmer-Anghel, University of South Alabama (conferința *Fall Southeastern Sectional Meeting* (online)), SUA, 20–21 Noiembrie 2021
5. Martin Palmer-Anghel, Université de Genève, Elveția, 28 Noiembrie – 23 Decembrie 2021
6. Martin Palmer-Anghel, Université de Genève, Elveția, 8–18 Mai 2022
7. Martin Palmer-Anghel, Université Paris Cité (conferința *Quantum Topology and Geometry*), Franța, 12–17 Iunie 2022
8. Martin Palmer-Anghel, MPIM Bonn (conferința *Twinned Conference on Homotopy Theory with Applications to Arithmetic and Geometry*), Germania, 26–30 Iunie 2022
9. Martin Palmer-Anghel, Université Grenoble Alpes (conferința *AMS-SMF-EMS Joint International Meeting*), Franța, 17–25 Iulie 2022

10. Arthur Soulié (University of Glasgow, Regatul Unit) a vizitat IMAR pentru colaborări de cercetare, 25–30 Iulie 2022
11. Martin Palmer-Anghel, University of Oxford (*Clay Research Conference* și workshop *Physics from the Point of View of Geometry*), Regatul Unit, 27 Septembrie – 1 Octombrie 2022
12. Martin Palmer-Anghel, Université de Genève & École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Elveția, 8 Noiembrie – 17 Decembrie 2022
13. Martin Palmer-Anghel, Université de Caen (conferința *Fourth meeting of ALMaRe*), Franța, 8–11 Ianuarie 2023.
14. Cristina Palmer-Anghel, Universitatea din Pitești (*The Tenth Congress of Romanian Mathematicians*), România, 30 Iunie – 5 Iulie 2023.
15. Martin Palmer-Anghel, Universitatea din Pitești (*The Tenth Congress of Romanian Mathematicians*), România, 30 Iunie – 5 Iulie 2023.
16. Xiaolei Wu (Fudan University, Shanghai, China) a vizitat IMAR pentru colaborări de cercetare, 6–16 Septembrie 2023.
17. Christine Lescop (CNRS & Université de Grenoble, Franța) a vizitat IMAR pentru colaborări de cercetare, 9–16 Septembrie 2023.
18. Craig Westerland (University of Minnesota, SUA) a vizitat IMAR pentru colaborări de cercetare, 9–16 Septembrie 2023.
19. Geoffroy Horel (Université Sorbonne Paris Nord) a vizitat IMAR pentru organizarea conferinței *Moduli and Friends* în cadrul proiectului, 10–16 Septembrie 2023.
20. Cristina Palmer-Anghel, SwissMAP Research Station, Les Diablerets (conferința *Mapping class groups: pronilpotent and cohomological approaches*), Elveția, 19–22 Septembrie 2023.
21. Martin Palmer-Anghel, SwissMAP Research Station, Les Diablerets (conferința *Mapping class groups: pronilpotent and cohomological approaches*), Elveția, 19–22 Septembrie 2023.
22. Martin Palmer-Anghel, Université de Genève & École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Elveția, 31 Octombrie – 3 Decembrie 2023.

### 3. Prezentarea rezultatelor obținute

[Roșu = membrii echipei]

#### 3.1. Rezultate publicate

##### 3.1.1. *Configuration-mapping spaces and homology stability*

(Martin Palmer, Ulrike Tillmann), [Research in the Mathematical Sciences](#) 8 (2021) No.: 38

*Configuration-mapping spaces* sunt spații care parametrizează configurații de particule într-o varietate împreună cu un “câmp” definit pe complementul particulelor. Anumite exemple importante pentru aceste spații sunt clasicele *spații Hurwitz*, care pot fi privite ca spații de moduli de acoperiri ale discurii 2-dimensional. Mai mult, o teoremă recentă a lui J. Ellenberg, A. Venkatesh și C. Westerland (Annals of Math., 2016) arată că – presupunând anumite condiții – omologia spațiilor Hurwitz este *stabilă*. Din acest enunț pur topologic, ei au dedus o variantă asimptotică a *conjecturii Cohen-Lenstra* pentru corpuri de funcții, un enunț despre statistica extensiilor de corpuri ale lui  $\mathbb{F}_q(t)$  (rezultatul lor este asimptotic în sensul că ei descriu această statistică pentru  $q \rightarrow \infty$ ).

Noi am demonstrat un alt rezultat de stabilitate omologică pentru *configuration-mapping spaces*, care este în același timp mai mult și mai puțin general decât rezultatul lui Ellenberg, Venkatesh și Westerland. Este *mai* general în sensul că este adevărat pentru configurații în orice varietate conexă deschisă, iar “câmpul” pe complement poate lua valori în orice spațiu de parametri. Pe de altă parte este de asemenea mai *puțin* general deoarece noi impunem o condiție mai puternică pentru “sarcina” admisă a câmpului într-o vecinătate a particulelor. Enunțul precis al rezultatului principal este:

**Teoremă.** *Fie  $M$  o varietate conexă de dimensiune  $d \geq 2$  cu punct bază  $* \in \partial M$  și fie  $\xi: E \rightarrow M$  un fibrat a cărui fibră pe  $*$  este notat cu  $X$ . Presupunem că*

$$\text{imagine inversă de } c \in [S^{d-1}, X] \leftarrow \pi_{d-1}(X) \text{ este un singur element,} \quad (1)$$

*deci  $c$  corespunde unui punct fix al  $\pi_1(X)$ -acțiunii pe  $\pi_{d-1}(X)$ . Atunci aplicațiile*

$$\text{CI}_k^{c,*}(M; \xi) \longrightarrow \text{CI}_{k+1}^{c,*}(M; \xi) \quad (2)$$

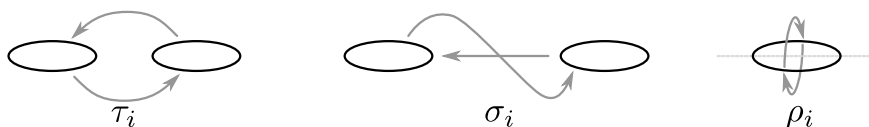
*induc izomorfisme la  $H_i(-; \mathbb{Z})$  în intervalul  $k \geq 2i + 4$  și surjecții în intervalul  $k \geq 2i + 2$ .*

În continuare, un scop foarte ambițios pentru acest proiect ar fi de a găsi o generalizare comună a rezultatului nostru și a celui de Ellenberg, Venkatesh și Westerland, ceea ce ar implica în particular conjectura Cohen-Lenstra *neasimptotică*, deci fără a fi nevoiți să punem  $q \rightarrow \infty$ .

##### 3.1.2. *The Burau representations of loop braid groups*

(Martin Palmer, Arthur Soulié), [Comptes Rendus. Mathématique](#) 360 (2022) pp. 781–797

Grupurile loop-braid apar în multe forme în topologie și teoria grupurilor. Ele pot fi văzute geometric ca grupuri fundamentale de linkuri triviale în  $\mathbb{R}^3$ , diagramatic ca și clase de echivalență ale *braiduri sudate* (strâns legate de braiduri virtuale și teoria nodurilor virtuale), algebric ca subgrupuri ale grupurilor de automorfisme ale grupurilor libere sau în mod combinatorial prin prezentări explicite. Ele sunt, de asemenea, legate de fizică prin *exotic string statistics* [J. Baez, D. Wise, A. Crans, Adv. Theor. Math. Phys., 2007]. Generatorii pentru aceste grupuri sunt de forma:



Oferim o construcție topologică simplă a reprezentărilor Burau ale grupurilor loop-braid, care sunt analoge de dimensiuni superioare ale reprezentărilor Burau clasice ale grupurilor braid. Există patru versiuni: definite fie pe grupurile loop-braid neextinse, fie extinse, iar în fiecare caz există o versiune neredusă și una redusă. Trei nu sunt surprinzătoare și s-ar putea ghici ușor matricile corecte atribuite generatorilor. În schimb, al patrulea este mai subtil și nu pare evident din punct de vedere combinatorial, deși este foarte natural din punct de vedere topologic.

### 3.1.3. Point-pushing actions for manifolds with boundary

(Martin Palmer, Ulrike Tillmann), **Groups, Geometry, and Dynamics** 16 (2022) pp. 1179–1224

Pentru o varietate  $M$  și un punct în interiorul său, aplicația de point-pushing descrie un difeomorfism care împinge punctul de-a lungul unui drum închis. Aceasta definește un homomorfism de la grupul fundamental al lui  $M$  la grupul de clase de izotopie de difeomorfisme ale lui  $M$  care fixează punctul de bază. Această aplicație este foarte bine studiată în dimensiunea  $d = 2$  și face parte din șirul exact al lui Birman.

Am studiat, pentru orice dimensiune  $d \geq 3$  și număr de fire  $k \geq 1$ , homomorfismul de la al  $k$ -lea grup braid al lui  $M$  la grupul de clase de homotopie de echivalențe de homotopie ale varietății cu  $k$  perforații  $M \setminus z$ . În mod echivalent, descriem monodromia fibratului universal care asociază unei configurații  $z$  de dimensiune  $k$  în  $M$  complementul său, spațiul  $M \setminus z$ . Ca și corolar, și motivat de munca noastră descrisă în secțiunea anterioară, descriem acțiunea grupului braid al lui  $M$  asupra fibrelor lui configuration-mapping spaces.

Pe lângă aceasta, discutăm și problema injectivității aplicației de point-pushing. Arătăm că, până la izomorfism, nucleul aplicației de point-pushing este independent de  $k$  indiferent dacă sunt luate în considerare difeomorfisme, homeomorfisme sau echivalențe de homotopie. Mai exact, considerăm aplicațiile de point-pushing

$$\begin{aligned} p_k &: \pi_1(C_k(M)) \longrightarrow \pi_0(\text{Cat}(M, z)) \\ p_{k, \partial} &: \pi_1(C_k(M)) \longrightarrow \pi_0(\text{Cat}_{\partial}(M, z)) \end{aligned}$$

pentru  $\text{Cat} \in \{\text{hAut}, \text{Homeo}, \text{Diff}\}$ , și unde  $\partial$  înseamnă că frontiera lui  $M$  este fixă, și demonstrăm:

**Teoremă.** În general,

$$\ker(p_k) = \Delta(\ker(p_1)),$$

i.e. nucleul lui  $p_k$  este egală cu diagonala lui  $\ker(p_1)^k \subseteq \pi_1(M)^k \subseteq \pi_1(C_k(M))$ , unde identificăm  $\pi_1(C_k(M))$  cu  $\pi_1(M)^k \rtimes \Sigma_k$ . Dacă  $\partial M \neq \emptyset$ , atunci  $p_{k, \partial}$  este injectivă.

### 3.1.4. Motivic homological stability of configuration spaces

(Geoffroy Horel, Martin Palmer), **Bulletin of the London Math. Soc.** 55 (2023) pp. 892–913

Pentru orice varietate algebrică  $X$ , putem considera spațiile de configurații pe  $X$  ca și varietăți algebrice (nu doar ca varietăți topologice), și deci putem studia coomologia lor étală și motivică. Am demonstrat stabilitatea coomologiei étale a spațiilor de configurații pe  $X$  pentru niște condiții foarte generale, și de asemenea stabilitatea coomologiei motivice a spațiilor de configurații pe  $X$  în cazul în care  $X = \mathbb{A}^d$ , un spațiu afin de dimensiune  $d \geq 1$ .

**Teoremă.** Presupunem că motivul étale  $M_{\text{et}}(X)$  este mixed Tate și că  $X \cong Y - D$  unde  $Y$  este o schemă netedă și conexă geometric peste un corp de numere  $K$  și  $D \subset Y$  este o subschemă închisă netedă care are un  $K$ -punct. Atunci aplicațiile grupurilor de coomologie motivică étale

$$H_{\text{et}}^{p,q}(\text{Conf}_{n+1}(X); \Lambda) \longrightarrow H_{\text{et}}^{p,q}(\text{Conf}_n(X); \Lambda)$$

sunt izomorfisme pentru  $p \leq n/2$  asumând anumite condiții pentru inelul de coeficienți  $\Lambda$ . Când  $X$  este spațiul afin  $\mathbb{A}^d$ , aplicațiile grupurilor de coomologie motivică

$$H^{p,q}(\text{Conf}_{n+1}(\mathbb{A}^d); \Lambda) \longrightarrow H^{p,q}(\text{Conf}_n(\mathbb{A}^d); \Lambda)$$

sunt izomorfisme pentru  $p \leq n/2 - 1$  și orice inel de coeficienți  $\Lambda$ .

Rezultatul despre coomologia motivică este cel mai subtil dintre aceste două teoreme, și folosește în mod esențial stabilitatea omologică polinomial twistată pentru spații de configurații.

### 3.1.5. *Quantum knot invariants via the topology of configuration spaces*

(Cristina Anghel), [London Mathematical Society Newsletter](#) vol. 504 (2023) pp. 15–19

Acest articol expozitiv descrie programul de cercetare al lui C. Anghel privind modelele topologice pentru invariantii cuantici de linkuri și categorificări, pentru un public larg. Fie  $J$  un invariant cuantic al linkurilor. Programul are următorii doi pași principali:

Partea 1 (model topologic): Vrem să găsim un *model topologic* pentru  $J$ , și anume un model care descrie invariantul  $J$  ca o *intersecție graduată* între subvarietăți lagrangiene într-un spațiu de configurații.

Partea 2 (categorificare geometrică): În plus, dorim să aplicăm o construcție de tipul omologie Floer graduată modelului din partea 1, având ca scop obținerea unei *categorificări geometrice* pentru  $J$ .

Ea a rezolvat prima parte a acestui program pentru familia de  $U_q(\mathfrak{sl}(2))$ -invarianti cuantici și a descris *subvarietăți lagrangiene explicite*, creând un cadru pentru continuarea celei de-a doua părți a programului de cercetare. Planul viitor este aplicarea metodelor de omologie Floer graduate pentru a obține *categorificări geometrice*. În mai multe detalii, ea a construit un model topologic care unifică polinoamele Jones colorate și Alexander colorate dintr-o sumă de intersecțiile lagrangiene în spațiile de configurații. Acest rezultat a deschis două direcții de cercetare, care sunt două modele topologice: pentru invariantii cuantici pentru linkuri (§3.1.7) și pentru 3-varietăți (§3.1.6).

### 3.1.6. *$U_q(\mathfrak{sl}(2))$ -quantum invariants from an intersection of two Lagrangians in a symmetric power of a surface*

(Cristina Anghel), [Transactions of the American Math. Soc.](#) 376 (2023) pp. 7139–7185

Acesta este un model unificat pentru  $U_q(\mathfrak{sl}(2))$ -invarianti *de culori superioare* pentru linkuri.

Arătăm că polinoamele Jones și Alexander colorate pot fi citite ambele din aceeași imagine data de doi lagrangieni într-o putere simetrică a unei suprafețe. Mai precis, polinoamele Jones  $N$ -colorate și Alexander  $N$ -colorate sunt specializări ale unei intersecții graduate între două subvarietăți lagrangiene explicite într-o putere simetrică a discului perforat. Intersecția gradată este parametrizată prin punctele de intersecție dintre acești lagrangieni, graduate într-un mod specific folosind diagonalele puterii simetrice.

### 3.1.7. *Witten-Reshetikhin-Turaev invariants for 3-manifolds from Lagrangian intersections in configuration spaces*

(Cristina Anghel), [Quantum Topology](#) 14 (2023) pp. 693–731

Arătăm un model topologic într-un spațiu de configurații pentru invariantii Witten-Reshetikhin-Turaev (WRT), pentru care o descriere topologică completă 3-dimensională și existența categorificărilor sunt probleme deschise.

Mai precis, pentru un nivel fix  $N$  arătăm că invariantul WRT la nivelul  $N$  pentru o 3-varietate,  $\tau_N(M)$ , este o sumă de stări de intersecții lagrangiene într-un spațiu de configurații fixat în discul perforat. Acest model aduce o nouă perspectivă asupra structurii invariantului  $\tau_N(M)$ , arătând că este complet codificat de punctele de intersecție dintre anumite subvarietăți lagrangiene într-un spațiu de configurații fix. Această formulă oferă un nou cadru pentru investigarea întrebării deschise despre categorificările invariantilor WRT.

### 3.1.8. *Homology stability for asymptotic monopole moduli spaces*

(Martin Palmer, Ulrike Tillmann), [Proceedings of the Royal Soc. A](#) 479 (2023) No.: 20230300

Demonstrăm stabilitatea omologică pentru două variante diferite de spații de moduli ale monopolelor magnetice asimptotice, și anume *monopolurile Dirac încadrate* și *monopolurile ideale*. Primele sunt fibrate Gibbons-Manton cu fibră torică peste spații de configurații, iar cele din urmă sunt obținute din ele prin înlocuirea fiecărui factor de cerc al fibrei torice cu un spațiu de moduli ale monopolelor magnetice prin construcția lui Borel. Acestea din urmă sunt, de asemenea, hipersuprafețe în limita unei compactificări netede a spațiilor clasice de moduli ale monopolelor magnetice. Rezultatele

noastre sunt demonstrate printr-un rezultat de stabilitate omologică generală pentru spațiile de configurații echipate cu date non-locale.

## 3.2. Rezultate acceptate la publicat

### 3.2.1. *ADO invariants directly from partial traces of homological representations*

(Cristina Anghel), *New York Journal of Mathematics* (urmează să apară)

Invarianții ADO sunt un șir de invarianți cuantici non-semisimpli care provin din teoria reprezentării grupului cuantic  $U_q(sl(2))$  la rădăcini ale unității. Ito a arătat că acești invarianți sunt sume de urme de cături ale reprezentărilor omologice ale grupurilor braid (numite reprezentări Lawrence trunchiate). În această lucrare prezentăm o formulă omologică directă pentru invarianții ADO, ca sume de urme parțiale ale reprezentărilor de tip Lawrence, fără trunchieri suplimentare.

### 3.2.2. *On some freeness-type properties for line arrangements*

(Takuro Abe, Denis Ibadula, Anca Măcinic), *Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, Classe di Scienze* (urmează să apară)

Situată la intersecția dintre topologie, combinatorică și algebră, teoria aranjamentelor de hiperplane are ca direcție de cercetare emblematică investigarea naturii combinatoriale a diverselor proprietăți sau invarianți asociați unui aranjament, adică problema determinării acestora de către laticea de intersecție a aranjamentului, prin definiție un obiect combinatorial. În această direcție o problemă deschisă majoră este *conjectura Terao* [P. Orlik, H. Terao, 1992] care afirmă că proprietatea unui aranjament de hiperplane de a fi liber – o proprietate a priori algebric definită, condiția ca un modul de derivări asociat aranjamentului să fie liber – este combinatorial determinată. Cu alte cuvinte, conjectura afirmă că toate aranjamentele din spațiul de moduli (de realizare) asociat laticii unui aranjament liber sunt libere.

În ciuda unui interes constant și susținut, conjectura, formulată pentru orice corp și dimensiune arbitrară, este încă deschisă, chiar și în versiunea restrânsă la aranjamente de drepte în  $\mathbb{P}^2\mathbb{C}$  (planul proiectiv complex), fiind demonstrată doar pentru aranjamente de până la 14 drepte. Recent introdusă de Abe [T. Abe, 2021], noțiunea de aranjamente *plus-unu generate* presupune o structură simplă a modului de derivări asociat aranjamentului. În aceeași lucrare este demonstrat că în vecinătatea aranjamentelor libere, vecinătate definită ca mulțime de aranjamente obținute prin adăugarea, sau respectiv ștergerea, unui hiperplan, stau doar aranjamente libere și aranjamente plus-unu generate, deci este natural a studia structura și proprietățile acestora din urmă în conexiune cu conjectura Terao.

Am demonstrat în acest articol, folosind restricții Ziegler, un criteriu de tip Yoshinaga pentru aranjamente plus-unu generate de drepte în  $\mathbb{P}^2\mathbb{C}$ . În plus, arătăm că, sub anumite restricții, de tip combinatorial sau asupra valorii exponenților, atât proprietatea de a fi liber, cât și proprietatea de a fi aproape liber, sunt combinatorial determinate.

În general, determinarea tipului de splitare de-a lungul unei drepte proiective pentru un fibrat vectorial de rang 2 peste  $\mathbb{P}^2\mathbb{C}$  este o problemă dificilă. Descriem în acest articol, ca funcție de exponenți și nivel, posibilele tipuri de splitare pentru fibratul vectorial al câmpurilor vectoriale logaritmice asociat unui aranjament plus-unu generat de drepte în  $\mathbb{P}^2\mathbb{C}$ . În particular, descriem posibilele valori pentru exponenții restricțiilor Ziegler, recuperând și generalizând rezultate de [T. Abe, A. Dimca, 2018] și de [S. Marchesi, J. Vallès, 2021] pentru aranjamente aproape libere.

### 3.2.3. *When the lower central series stops: a comprehensive study for braid groups and their relatives*

(Jacques Darné, Martin Palmer, Arthur Soulié), *Memoirs of the American Math. Soc.* (urmează să apară)

Unul dintre cele mai de bază obiecte pe care trebuie să le înțelegem atunci când studiem structura unui grup  $G$  este seria sa centrală descendentă  $G = \Gamma_1(G) \supseteq \Gamma_2(G) \supseteq \dots$ . Dacă  $G$  este perfect, seria sa centrală descendentă este complet trivială; pe de altă parte, dacă  $G$  este nilpotent



sau rezidual nilpotent,  $\Gamma_*(G)$  conține informații profunde despre structura lui  $G$ . Seria centrală descendentă este, de asemenea, profund conectată cu structura inelului grupal al lui  $G$ .

Cantitatea de informații pe care putem spera să o extragem din studiul unei serii centrale descendente depinde în primul rând de întrebarea dacă *se oprește* sau nu, ceea ce înseamnă că există un întreg  $i \geq 1$  astfel încât  $\Gamma_i(G) = \Gamma_{i+1}(G)$ . Dacă există un astfel de număr întreg, atunci cel mai mic astfel de număr întreg este *lungimea* seriei centrale descendente a lui  $G$ .

Dăm un răspuns complet la întrebarea lungimii (finite sau infinite) seriei centrale descendente a grupurilor braid ale suprafețelor, grupurilor loop-braid, precum și versiuni partiționate ale tuturor acestor grupuri. Răspunsul depinde într-un mod subtil de numărul de fire, modul în care sunt împărțite și topologia suprafeței. De exemplu, pentru  $n \geq 3$ , seria centrală descendentă a lui:

- $B_n(S)$  are lungime 2 dacă  $S$  este planară sau neorientabilă;
- $B_n(S)$  are lungime 3 dacă  $S$  este neplanară și orientabilă;
- $B_{(2,n)}(\mathbb{R}^2)$  are lungime  $\infty$ ;
- $B_{(2,n)}(\mathbb{S}^2)$  are lungime  $\nu_2(n) + 2 + \epsilon$ , unde  $\nu_2(n)$  este valoarea 2-adică a lui  $n$  și  $\epsilon \in \{0, \pm 1\}$ .

### 3.2.4. *A globalisation of Jones and Alexander polynomials constructed from a graded intersection of two Lagrangians in a configuration space*

(Cristina Anghel), **Annales de l'Institut Fourier** (urmează să apară)

Oferim un punct de vedere topologic unificat care vede ambele polinoame Jones și Alexander din ovale și arce în discul perforat. Modelul este construit dintr-o intersecție graduată între doi lagrangieni expliți într-un spațiu de configurații. Este un polinom în două variabile, recuperând polinoamele Jones și Alexander prin specializări de coeficienți. Apoi, demonstrăm că intersecția de dinaintea specializării este (până la un coeficient patrat) un invariant care globalizează aceste doi invarianti, dat printr-o interpolare explicită între polinomul Jones și polinomul Alexander.

### 3.2.5. *Big mapping class groups with uncountable integral homology*

(Martin Palmer, Xiaolei Wu), **Documenta Mathematica** (urmează să apară)

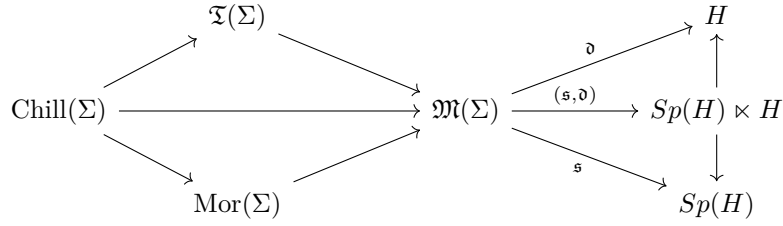
Demonstrăm că, pentru multe suprafețe de tip infinit, omologia integrală a grupului lor mapping class este nenumărabilă în fiecare grad. Ipoteza cheie este, aproximativ, că “*end-space*”-ul suprafeței conține un punct limită de puncte distinse topologic. Aceasta include toate suprafețele cu spațiul capetelor numărabil al cărui rang Cantor-Bendixson este un ordinal succesori. Acest rezultat oferă un contrast cu celălalt rezultat recent al nostru (proiectul §3.3.7 de mai jos) care demonstrează că multe alte grupuri mapping class sunt aciclice.

### 3.2.6. *Action of subgroups of the mapping class group on Heisenberg homologies*

(Christian Blanchet, Martin Palmer, Awais Shaikat), **Contemporary Mathematics** (urmează să apară)

Acest articol continuă lucrarea noastră anterioară în §3.3.2 de mai jos, unde am construit o gamă largă de reprezentări twistate ale grupului mapping class  $\mathfrak{M}(\Sigma)$  al suprafeței  $\Sigma = \Sigma_{g,1}$ , în funcție de alegerea unei reprezentări  $V$  a grupului Heisenberg  $\mathcal{H}$ , și am arătat cum ele pot fi de-twistate pentru alegeri speciale de  $V$ .

În această lucrare, studiem întrebarea cum aceste reprezentări pot fi de-twistate atunci când sunt restricționate la trei subgrupuri importante ale lui  $\mathfrak{M}(\Sigma)$ : grupul Torelli  $\mathfrak{T}(\Sigma)$ , grupul Chillingworth  $\text{Chill}(\Sigma)$  și grupul Morita  $\text{Mor}(\Sigma)$ , care se încadrează în diagrama următoare, unde  $H = H_1(\Sigma; \mathbb{Z})$ .



În special, demonstrăm că reprezentările noastre pot fi de-twistate, pentru *orice* alegere de  $V$ , când sunt restricționate la grupul Torelli  $\mathfrak{T}(\Sigma)$ .

### 3.3. Rezultate din preprint-uri

#### 3.3.1. Lawrence-Bigelow representations, bases and duality

(Cristina Anghel, Martin Palmer), [arXiv:2011.02388](https://arxiv.org/abs/2011.02388)

Reprezentările omologice ale grupurilor braid și ale grupurilor mapping class ale suprafețelor joacă un rol central în studiul acestor grupuri. Ele au, de asemenea, multe aplicații, în special ca o punte între lumea topologică și lumea invarianților cuantici de noduri și linkuri. În particular, reprezentările Lawrence-Bigelow sunt una dintre cele mai importante familii de reprezentări ale grupurilor braid în legătură cu invarianții cuantici.

Aceste reprezentări apar din omologia twistată a anumitor spații de configurare și vin în multe versiuni diferite, în funcție de teoria omologiei precisă utilizată precum și de alți parametri. Oferim o descriere generală unificată a conexiunilor fundamentale (forme biliniare nedegenerate, scufundări, izomorfisme) dintre diferitele versiuni ale acestor reprezentări omologice.

#### 3.3.2. Heisenberg homology on surface configurations

(Christian Blanchet, Martin Palmer, Awais Shaukat), [arXiv:2109.00515](https://arxiv.org/abs/2109.00515)

Așa cum s-a menționat în rezultatul §3.3.1 de mai sus, reprezentările Lawrence-Bigelow ale grupurilor braid sunt foarte importante în teoria grupurilor braid. În particular, acestea au fost folosite de Bigelow (JAMS, 2001) și Krammer (Ann. of Math., 2002) pentru a demonstra că grupurile braid sunt *liniare*, mai precis, ele admit reprezentări fidele pe spații vectoriale finite dimensionale. În schimb, pentru grupul mapping class al suprafeței  $\Sigma_{g,1}$ , de exemplu, problema liniarității este larg deschisă, cu excepția suprafețelor de gen foarte scăzut.

Inspirați de această întrebare, am construit o gamă largă de reprezentări analoge reprezentărilor Lawrence-Bigelow pentru grupul mapping class  $\mathfrak{M}(\Sigma)$  al suprafeței  $\Sigma = \Sigma_{g,1}$ , în funcție de un număr întreg  $k \geq 2$  și de o reprezentare  $V$  de  $\mathcal{H} = \mathcal{H}(\Sigma)$ , grupul Heisenberg al suprafeței  $\Sigma$ . Reprezentările noastre ale lui  $\mathfrak{M}(\Sigma)$  sunt în general twistate (mai precis, sunt reprezentări ale unui grupoid derivat din  $\mathfrak{M}(\Sigma)$ ), dar demonstrăm că pot fi de-twistate pentru anumite alegeri de  $V$ , în special când  $V$  este reprezentarea Schrödinger a grupului Heisenberg  $\mathcal{H}$ . Facem, de asemenea, câteva calcule explicite ale reprezentărilor noastre în genul  $g = 1$  când  $k = 2$  și  $V$  este reprezentarea regulată a lui  $\mathcal{H}$ , demonstrând că în acest caz de bază ele sunt deja foarte bogate.

În continuare, avem ambiția de a aplica această construcție pentru a ataca problema deschisă de lungă durată dacă grupurile mapping class ale suprafețelor sunt liniare.

#### 3.3.3. Topological representations of motion groups and mapping class groups – a unified functorial construction

(Martin Palmer, Arthur Soulié), [arXiv:1910.13423](https://arxiv.org/abs/1910.13423) (v4: 17.11.2021)

Teoria reprezentărilor grupurilor braid, grupurilor mapping class ale suprafețelor cât și generalizările acestora este foarte bogată, dar în același timp foarte complicată – este “sălbatică” într-un sens matematic foarte precis – deci nu poate fi înțeleasă dintr-un punct de vedere pur al teoriei grupurilor sau combinatoric. În loc de aceasta, o strategie mai bună este de a construi reprezentări

ale acestor grupuri folosind topologie, astfel încât putem să folosim instrumente topologice pentru a înțelege aceste reprezentări.

Noi am definit o construcție functorială unificată a acestor tipuri de reprezentări topologice ale grupurilor braid și generalizări ale acestora (“grupuri de deplasări” ale spațiilor de configurații de dimensiuni superioare).

Mai precis, introducem *functori de reprezentare omologică* care codifică o familie mare de reprezentări, și care sunt definite pe categorii care conțin toate *grupurile mapping class* și *grupurile de deplasări* într-o dimensiune fixă. Aceste categorii sunt definite printr-o îmbogățire topologică a unei construcții datorată lui Quillen aplicată categoriilor de varietăți decorate. Această abordare unifică multe construcții cunoscute anterior, inclusiv cele ale lui Lawrence-Bigelow, și definește multe familii noi de reprezentări.

În multe cazuri construcția noastră produce un “șir pro-nilpotent” al reprezentărilor; aceste șiruri ale reprezentărilor sunt studiate mai detaliat în §3.3.5 de mai jos. Aceasta este strâns legată de studiul *seriei centrale descendente* a grupurilor braid, grupurilor braid ale suprafețelor, grupurilor loop-braid și generalizărilor acestora, și a inspirat proiectul §3.2.3 de mai sus.

### 3.3.4. *Two remarks on spaces of maps between operads of little cubes*

(Geoffroy Horel, Manuel Krannich, Alexander Kupers), [arXiv:2211.00908](#)

Arătăm că aplicația de la little disks operad neunitar la little disks operad unitar este un epimorfism de omotopie. Rezultă în special că a avea o unitate este o proprietate pentru algebrele peste little disks operad neunitar mai degrabă decât o structură suplimentară, un rezultat datorat inițial lui Lurie. Cazul little 1-disks operad s-a datorat lui Fernando Muro. De asemenea, demonstrăm versiuni ale principalelor noastre rezultate pentru variante ale little disks operad (cum ar fi little disks operad încadrate sau localizări ale acestor operade). O altă consecință este că orice endomorfism de omotopie al little disks operad este de fapt un automorfism de omotopie.

### 3.3.5. *The pro-nilpotent Lawrence-Krammer-Bigelow representation*

(Martin Palmer, Arthur Soulié), [arXiv:2211.01855](#)

Construim o extensie în 3 variabile a reprezentării Lawrence-Krammer-Bigelow (LKB) a grupurilor braid, care este limita unui șir pro-nilpotent de reprezentări având reprezentarea LKB originală ca prim termen. De asemenea, construim șiruri pro-nilpotente analoge de reprezentări ale grupurilor braid pe suprafețe și ale grupurilor loop-braid. Aceasta se bazează pe (și este o aplicație a) unei lucrări anterioare în comun cu Jacques Darné și Arthur Soulié despre seria centrală descendentă a grupurilor braid și rudele acestora (proiectul §3.2.3 de mai sus).

### 3.3.6. *Binomial rings and homotopy theory*

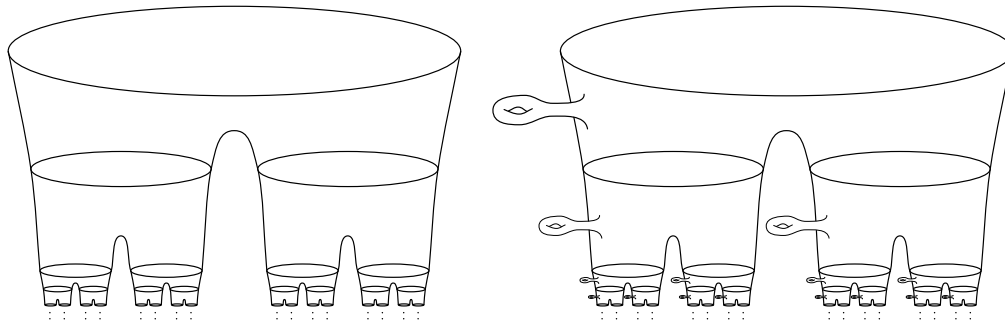
(Geoffroy Horel), [arXiv:2211.02349](#)

Construim o versiune algebrică a teoriei omotopiei integrale. Mai precis, construim un lift al functorului cochain singular la inele binomiale cosimpliciale (un inel binomial este un inel  $\lambda$  ale cărui operații Frobenius sunt identitatea). Apoi arătăm că teoria omotopiei spațiilor finite nilpotente se integrează pe deplin fidel în teoria omotopiei inelelor binomiale cosimpliciale prin intermediul acestui functor. Strategia demonstrației este de a reduce teorema la cazul spațiilor Eilenberg-MacLane prin tehnici clasice (Postnikov-descompunere și teorema Eilenberg-Moore). Teorema pentru spațiile Eilenberg-MacLane este apoi demonstrată printr-un calcul explicit. Ca o aplicație a acestei construcții, producem o ridicare integrală a grupului Grothendieck-Teichmüller, adică un obiect definit peste numere întregi a cărui schimbare de bază peste numerele raționale este grupul pro-algebric Grothendieck-Teichmüller și a cărui schimbare de bază peste corpul finit cu  $p$  elemente este grupul pro- $p$  Grothendieck-Teichmüller.

### 3.3.7. *On the homology of big mapping class groups*

(Martin Palmer, Xiaolei Wu), [arXiv:2211.07470](#)

Demonstrăm că grupul mapping class al suprafeței “Cantor tree” cu o singură gaură este aciclic. Aceasta determină apoi omologia grupului mapping class al suprafeței “Cantor tree” odată perforate (adică planul minus o mulțime a lui Cantor), în special răspunzând la o întrebare recentă a lui Calegari și Chen. De fapt, demonstrăm aceste rezultate pentru o clasă generală de suprafețe de tip infinit numite *suprafețe “binary tree”*, dintre care două exemple sunt ilustrate mai jos.



Pentru a demonstra rezultatele noastre folosim două ingrediente principale: unul este o modificare a unui argument al lui [J. Mather, 1971] legat de noțiunea de *grupuri disipate*; celălalt este un rezultat de *stabilitate omologică* generală pentru grupurile mapping class de suprafețe de tip infinit.

### 3.3.8. On torsion freeness for the decomposable Orlik-Solomon algebra

(Anca Măcinic), [arXiv:2212.12275](https://arxiv.org/abs/2212.12275)

Algebrele de tip Orlik-Solomon (OS) asociate aranjamentelor de hiperplane, sau, mai general, matroidilor, sunt în general definite drept cânturi de algebre exterioare prin ideale definite de relațiile de dependență din aranjament (respectiv matroid).

Algebra OS (cu coeficienți întregi) a unui aranjament este, conform unui rezultat emblematic în teoria aranjamentelor de hiperplane, izomorfă cu algebra de coomologie cu coeficienți întregi a complementului aranjamentului, așadar, deși e definită ca obiect combinatorial, conține informații despre topologia complementului. Algebra OS a unui aranjament este liberă de torsiune.

Studiem prezența torsiunii într-o altă algebra de tip OS, și anume algebra Orlik-Solomon decompozabilă asociată unui aranjament de hiperplane, răspunzând unei întrebări deschise din [Măcinic-Matei-Papadima, *On the second nilpotent quotient of higher homotopy groups, for hypersolvable arrangements*, IMRN, 2015]. Obținem că algebra OS decompozabilă este liberă de torsiune. Aceasta este o consecință a unui rezultat mai general demonstrat în acest articol pentru matroidi simpli peste mulțimea  $[n] = \{1, \dots, n\}$ , unde  $n$  este un număr natural. În cazul aranjamentelor de hiperplane hipersolvabile și non-supersolvabile, acest rezultat are implicații asupra topologiei complementului aranjamentului, mai precis a primului grup de omotopie superior netrivial al complementului.

### 3.3.9. Formality of hypercommutative algebras of Kähler and Calabi-Yau manifolds

(Joana Cirici, Geoffroy Horel), [arXiv:2302.08492](https://arxiv.org/abs/2302.08492)

Studiem structura algebrei hipercomutative pe complexul de Rham al varietăților compacte Kähler, precum și pe o extensie a complexului Kodaira-Spencer al varietăților Calabi-Yau. Noțiunea de algebra hipercomutativă este o îmbogățire a noțiunii de algebra comutativă; poate fi descrisă în termeni operadici ca fiind o algebra peste operada spațiilor de moduli compactate ale curbilor de genul zero cu puncte marcate. Rezultatul principal este că, în cele două cazuri, structura algebrei hipercomutative este formală, adică este determinată de structura indusă pe coomologie. Acest rezultat poate fi privit ca o generalizare atât a rezultatului Deligne-Griffiths-Morgan-Sullivan care arată că complexul de Rham al varietăților compacte Kähler este formal, cât și a teoremei Bogolomov-Tian-Todorov privind neobstrucția deformațiilor varietăților Calabi-Yau.

### 3.3.10. Polynomiality of surface braid and mapping class group representations

(Martin Palmer, Arthur Soulié), [arXiv:2302.08827](https://arxiv.org/abs/2302.08827)

Într-o lucrare anterioară (§3.3.3), am dezvoltat o abordare generală pentru construirea reprezentărilor omologice ale grupurilor braid pe suprafețe și grupurilor mapping class. Aceste reprezentări sunt definite în mod natural pe o anumită categorie cu o structură mai bogată decât doar grupurile sale de automorfisme. Demonstrăm pentru o familie largă de aceste reprezentări omologice că ele sunt *polinomiale*, inclusiv cele care generalizează reprezentările Lawrence-Bigelow ale grupurilor braid clasice. Aceasta are aplicații la stabilitatea omologică twistată și la teoria reprezentării acestor familii de grupuri. Rezultatul nostru de polinomialitate este o consecință a unui rezultat mai fundamental care stabilește relații între familiile de reprezentări pe care le considerăm prin secvențe scurte exacte de functori. Pe lângă polinomialitate, aceste secvențe exacte scurte au și aplicații pentru înțelegerea nucleelor reprezentărilor omologice luate în considerare.

### 3.3.11. *A geometric perspective on plus-one generated arrangements of lines*

(Anca Măcinic, Jean Vallès), [arXiv:2309.10501](#)

În acest articol dăm o caracterizare geometrică a aranjamentelor de drepte plus-unu generate din  $\mathbb{P}^2\mathbb{C}$  (planul proiectiv complex) care sunt situate în vecinătatea aranjamentelor libere. În plus, prezentăm noi argumente geometrice, succinte, pentru rezultate de natură algebrică din §3.2.2.

### 3.3.12. *On plus-one generated conic-line arrangements with simple singularities*

(Anca Măcinic, Piotr Pokora), [arXiv:2309.15228](#)

### 3.3.13. *Addition-deletion results for plus-one generated curves*

(Anca Măcinic, Piotr Pokora), [arXiv:2310.19610](#)

În aceste două articole (§3.3.12 și §3.3.13) studiem proprietatea de *plus-unu generare* generalizând contextul anterior al aranjamentelor de drepte în  $\mathbb{P}^2\mathbb{C}$ . Lucrăm cu aranjamente de conice și drepte în §3.3.12, respectiv, cu încă un nivel de generalizare, curbe în  $\mathbb{P}^2\mathbb{C}$ , în §3.3.13. În §3.3.12 prezentăm rezultate de clasificare pentru aranjamente plus-unu generate de conice și drepte cu singularități simple și defect 2, arătând că aceste restricții limitează sever cardinalul aranjamentului. Construim o serie de exemple de aranjamente plus-unu generate de conice și drepte, inclusiv un exemplu care ilustrează faptul că teorema Abe de adiție de la aranjamente de drepte nu se extinde în general la aranjamente de conice și drepte: prezentăm un aranjament liber de conice și drepte care prin adăugarea unei conice devine 4-szygy, în particular nu este nici liber, nici plus-unu generat.

În §3.3.13 dăm o caracterizare a curbilor libere în termeni de comportamentul la adăugarea ori ștergerea unei drepte (ștergerea fiind posibilă când dreapta este o componentă ireductibilă a curbei), generalizând o teoremă a lui Abe pentru aranjamente de drepte în  $\mathbb{P}^2\mathbb{C}$ . În particular, caracterizăm situația când, pornind de la o curbă plus-unu generată, prin adăugarea ori ștergerea unei drepte rezultă o curbă liberă. În plus, generalizând un rezultat [H. Schenck, S. Tohaneanu, 2009] formulat pentru aranjamente de conice și drepte, caracterizăm situația când operația de adăugare sau ștergere a unei drepte aplicată unei curbe libere produce o curbă liberă. În plus, descriem în §3.3.13 posibilele tipuri de splitare pentru fibratul vectorial al câmpurilor vectoriale logaritmice asociat unei curbe plus-unu generate, în termeni de exponenți și nivel, generalizând rezultatul similar pentru aranjamente de drepte din §3.2.2.

*Punctul de start al rezultatelor din §3.3.12 și §3.3.13 a fost o discuție generată de o prezentare despre aranjamente libere de conice și drepte la seminarul **Moduli and Friends** (§2.5) a celui de-al doilea autor, P. Pokora.*

### 3.3.14. *Topological unification of all coloured Alexander invariants for links, with bounded level*

(Cristina Anghel), urmează să fie postat pe arXiv în decembrie 2023

Construim un model topologic pentru polinoamele Jones colorate și polinoamele Alexander colorate pentru linkuri (colorate cu diferite culori). Arătăm că dacă fixăm un nivel  $N$ , atunci invarianții Alexander colorați ai unui link la nivelul  $N$  (ordinul rădăcinii unității) provin dintr-o intersecție

între subvarietăți lagrangiene într-un spațiu de configurații fixat. Apoi, facem un pas către comportamentul asimptotic al acestor invarianți non-semisimpli.

Demonstrăm că odată ce fixăm un nivel  $N$ , avem suma de stări de intersecții graduate între subvarietăți lagrangiene într-un spațiu de configurații fixat:  $\Lambda_N$ . Atunci  $\Lambda_N$  recuperează toți invarianții Alexander colorați ai linkurilor cu nivelul mărginit de  $N$ . Aceasta arată că toți invarianții Alexander colorați de nivel mai mic decât  $N$  pot fi citați din mulțimea de puncte de intersecție dintre o colecție de subvarietăți lagrangiene într-un spațiu fix de configurații. Aceste subvarietăți sunt date de produse explicite de arce și configurații pe ovale în discul perforat. Acesta este un pas către o unificare topologică a tuturor invarianților Alexander colorați și conjecturăm că există un model limită, cu origini geometrice, care unifică toți acești invarianți. O astfel de unificare este o problemă deschisă în topologia cuantică, precum și întrebarea de a oferi o perspectivă geometrică asupra acestor invarianți non-semisimpli.

### 3.4. Proiecte în curs de redactare

#### 3.4.1. *Lawrence functors on the tangle category*

(Cristina Anghel, Martin Palmer), proiect în curs de redactare

*Categoria tangle* are ca obiecte submulțimi finite în  $\mathbb{R}^2$  și morfisme date de cobordisme 1-dimensionale scufundate în  $\mathbb{R}^3$ . Grupurile sale de automorfisme sunt grupurile braid, așa că oricând avem o familie de reprezentări ale grupurilor braid, o întrebare naturală este dacă se extinde la un functor din categoria tangle. Răspunsul la această întrebare este pozitiv pentru familia de reprezentări *Burau* ale grupurilor braid, așa cum au demonstrat D. Cimasoni și V. Turaev (Topology, 2005). Reprezentările *Lawrence-Bigelow* sunt o familie de reprezentări ale grupurilor braid pentru fiecare nivel  $\ell \geq 1$ , unde  $\ell = 1$  corespunde familiei de reprezentări Burau. Scopul nostru este de a construi un functor pe categoria tangle care extinde reprezentările Lawrence-Bigelow pentru fiecare nivel  $\ell$ .

#### 3.4.2. *Topological model for non-semisimple quantum invariants*

(Cristina Anghel), proiect în curs de redactare

Acest proiect se referă la familia de invarianți cuantici non-semisimpli pentru 3-varietăți introduse de Costantino-Geer-Patureau (CGP). Aceasta este o familie de invarianți care recuperează torsionul Reidemeister la primul termen. Scopul este de a oferi un model topologic pentru invarianții CGP,  $CGP_N(M)$ .

#### 3.4.3. *The Jones polynomial from curves on Heegaard splittings of knot complements*

(Cristina Anghel, Christine Lee), proiect în curs de redactare

O problemă centrală în topologia cuantică este extinderea invarianților cuantici de linkuri, cum ar fi polinomul Jones și omologia Khovanov pentru linkuri din sfera, la linkuri într-o varietate arbitrară de dimensiune 3. În acest scop, o provocare este extinderea graduării utilizate pentru definirea acestor invarianți la linkuri într-o 3-varietate arbitrară. Punctul nostru de plecare este modelul topologic pentru polinoamele Alexander și Jones colorate ale unui link cu graduare dată de o pereche de intersecție a claselor de omologie de curbe pe un disc perforat (§3.2.4) prin acțiunea reprezentantului braid pe disc. Acest proiect intenționează să reformuleze intersecția pentru a recupera Kauffman bracket, utilizată pentru a defini polinomul Jones, din clasele de omologie de curbe pe un corp de mânăre al unei splitări Heegaard a complementului nodului. Vom numi această reformulare *intersecția de Kauffman brackets*.

#### 3.4.4. *The tame homotopy type of configuration spaces of algebraic varieties*

(Joana Cirici, Geoffroy Horel), proiect în curs de redactare

Tame homotopy theory este o versiune a teoriei omotopiei  $p$ -adice într-o gamă de grade în care operațiunile Steenrod nu contribuie. Acest interval crește la infinit cu primul  $p$ . Lucrăm la un proiect pentru a arăta că un anumit model algebric explicit datorat lui Totaro codifică tipul de



omotopie tame al anumitor varietăți algebrice. Aceasta generalizează lucrarea lui Igor Kriz care arată că acest model codifică tipul de omotopie rațională a varietăților algebrice.

### 3.4.5. *The rational homotopy type of embedding spaces and the Grothendieck-Teichmüller group*

(Pedro Boavida de Brito, [Geoffroy Horel](#)), proiect în curs de redactare

Folosim acțiunea grupului Grothendieck-Teichmüller pe operadul *little disks* pentru a studia tipul de omotopie rațională a spațiului de scufundări dintr-o varietate închisă  $M$  în  $\mathbb{R}^d$ . Arătăm că, dacă  $\dim(M) < d-2$ , atunci tipul de omotopie rațională al fibrei de omotopie a aplicației  $\text{Emb}(M, \mathbb{R}^d) \rightarrow \text{Imm}(M, \mathbb{R}^d)$  peste orice punct de bază depinde numai de tipul de omotopie rațională al lui  $M$ . De asemenea, oferim un model explicit pentru acest spațiu. Acest lucru îmbunătățește lucrările anterioare ale lui Arone-Lambrechts-Volić în care condiția codimensională nu era la fel de bună.

### 3.4.6. *The algebraic Goodwillie-Weiss tower and finite-type invariants of knots*

(Pedro Boavida de Brito, [Geoffroy Horel](#), Danica Kosanović), proiect în curs de redactare

Lucrăm la teoria invariantilor nodurilor de tip finit pentru noduri într-o varietate de dimensiune 3. Avem o descriere combinatorială conjecturală a gradatului asociat al invariantului universal de tip finit și o dovadă a acestei conjecturi în cazul particular al unei 3-varietăți care este un produs al unei suprafețe orientabile închise cu dreapta reală și când se lucrează cu coeficienți raționali. Etapa tehnică principală este studiul turnului de calcul de încorporare Goodwillie-Weiss și secvența spectrală asociată. Se arată că această secvență spectrală colapsează cu coeficienți raționali folosind faptul că spațiile de configurații ale suprafețelor sunt varietăți algebrice și, prin urmare, au acțiuni Galois asupra coomologiei lor étale. Această acțiune Galois este suficient de netrivială pentru a preveni orice diferențială să fie diferită de zero după a doua pagină.

### 3.4.7. *String topology and homological stability of configuration spaces*

(Sadok Kallel, [Martin Palmer](#)), proiect în curs de redactare

Scopul acestui proiect este de a dezvolta noi tehnici teoretice în *string topology* și de a le aplica pentru a demonstra noi rezultate de stabilitate omologică, în special pentru spațiile de configurații în varietăți închise. Mai precis, extindem operațiile de string topology ale lui S. Kallel și P. Salvatore pentru a produce operații pe omologia spațiilor de secțiuni ale fibratelor ale căror fibre sunt varietăți. Ca o aplicație, obținem rezultate despre stabilitate (și periodicitate) în omologia spațiilor de configurații în varietăți închise.

### 3.4.8. *On iterative homological representations*

([Martin Palmer](#), Arthur Soulié), proiect în curs de redactare

Într-o lucrare anterioară (§3.3.3), am dezvoltat o abordare functorială generală pentru construirea reprezentărilor omologice ale grupurilor braid pe suprafețe și grupurilor mapping class. În acest proiect, îmbunătățim această construcție astfel încât să poată fi *iterată*: fiecare reprezentare omologică functorială generează astfel un șir infinit de reprezentări omologice functoriale. Într-un caz special, recuperăm construcția *Long-Moody* pentru reprezentări ale grupurilor braid. Studiem efectul construcției noastre iterative asupra nucleelor reprezentărilor implicate, precum și asupra gradului de polinomialitate al functorilor.

### 3.4.9. *Irreducibility of surface braid and mapping class group representations*

([Martin Palmer](#), Arthur Soulié), proiect în curs de redactare

Studiem o familie largă de reprezentări omologice ale grupurilor braid pe suprafețe și ale grupurilor mapping class, definite în mod natural, și demonstrăm că acestea sunt ireductibile. În special, demonstrăm acest lucru pentru reprezentările Lawrence-Bigelow ale grupurilor braid.

### 3.4.10. *Compactly-supported classes in the homology of big mapping class groups*

(Martin Palmer, Xiaolei Wu), proiect în curs de redactare

Pentru o suprafață  $S$  de tip infinit, o întrebare naturală este dacă omologia grupului mapping class  $\text{Map}(S)$  conține clase netriviale care sunt suportate pe o suprafață *compactă*. Scopul acestui proiect este de a răspunde la această întrebare.

Demonstrăm că răspunsul este *nu* – nu există clase netriviale cu suport compact în omologia lui  $\text{Map}(S)$  – dacă  $S$  are genul infinit și că răspunsul este *da* dacă  $S$  are genul finit și pozitiv. Dacă  $S$  are genul zero, răspunsul depinde într-un mod subtil de structura spațiului capetelor al lui  $S$ . Metodele noastre implică noțiunea de *subsuprafețe deplasabile* și stabilitate omologică pentru grupurile mapping class de suprafețe de tip finit.

Director de proiect,  
C.S.I. Dr. Martin Palmer-Anghel